UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE

FLÜSSIGKEITEN,

ÜBER DEREN INNERE STRÖMUNGSERSCHEINUNGEN, ÜBER DIE ERSCHEINUNGEN DES STILLSTEHENDEN TROPFENS, DER AUSBREITUNG UND VERTREIBUNG

VON

PAUL DU BOIS-REYMOND.

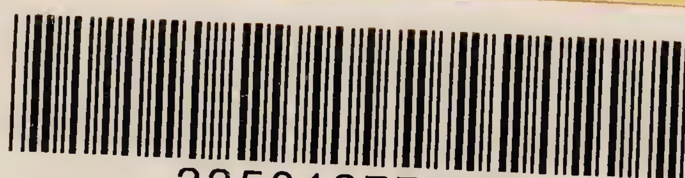
Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 2. Juni 1854.

Mit 10 in den Text gedruckten Holzschnitten.

BERLIN, 1854.

VERLAG VON P. JEANRENAUD.

A. FÖRSTNER'SCHE BUCHHANDLUNG.


22501277025

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE

FLÜSSIGKEITEN,

ÜBER DEREN INNERE STRÖMUNGSERSCHEINUNGEN,
ÜBER DIE ERSCHEINUNGEN DES STILLSTEHENDEN TROPFENS,
DER AUSBREITUNG UND VERTREIBUNG

VON

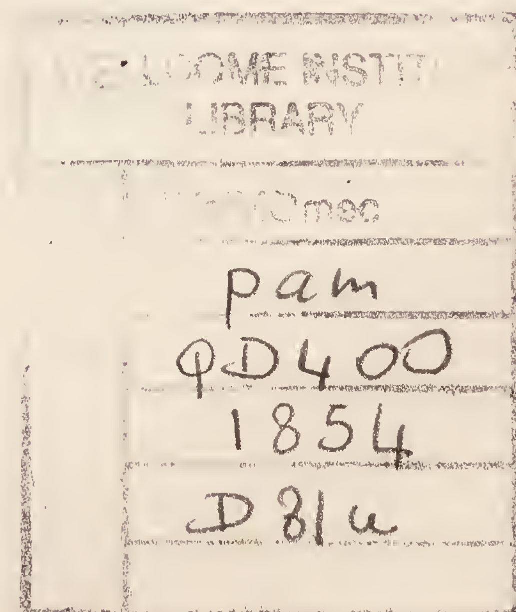
PAUL DU BOIS-REYMOND.

Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin
am 2. Juni 1854.

Mit 10 in den Text gedruckten Holzschnitten.

BERLIN, 1854.

VERLAG VON P. JEANRENAUD.
A. FÖRSTNER'SCHE BUCHHANDLUNG.




WELLCOME
LIBRARY
INSTITUTE

VORWORT.

Eine grosse Anzahl von Naturerscheinungen verdankt ihren Ursprung den Kräften, welche in einer Flüssigkeit zur Geltung kommen, und auch der Wechselwirkung mehrerer Flüssigkeiten auf einander, mit oder ohne Betheiligung eines festen Körpers: wobei jedoch keine merkliche Störung des elektrischen und Diffusionsgleichgewichts stattfindet, und keine Thätigkeit der chemischen Kräfte sich verräth. Es sind Erscheinungen, die durch dauernde, immanente Kräfte der Flüssigkeiten und der festen Körper hervorgerufen werden, rein physikalischer Natur, und die nur vermöge solcher Einflüsse variiren, welche die Eigenschaften der daran betheiligten Körper verändern.

Hierhin gehören vorzüglich die Strömungserscheinungen der Flüssigkeiten, und die Phänomene der Capillarität und Reibung, wenn man unter den letzten Namen alle Aeusserungen der Adhäsion und Cohäsion zusammenfassen will.

Wer sich aber je mit diesen Erscheinungen beschäftigte, wird die Bemerkung gemacht haben, dass es ihrer viele, höchst eigenthümliche giebt, über die man leicht hinweggeht, und sich mit einer oberflächlichen Erklärung begnügt, wegen des Charakters scheinbar undurchdringlicher Verwickelung, der ihnen eigen ist. Auch treten die angezogenen Phänomene häufig so sehr im Kleinen auf, dass sie an äusserem Prunk mit Erscheinungen, wie die elektrischen, nicht wohl um den Vorrang streiten könnten.

Ich meine aber, dass man nach Kräften dahin streben müsse, das Gebiet unserer Naturkenntniss in jeder Beziehung zu ebenen, und daher auch, wenn irgend möglich, diese vielleicht wenig ergiebigen Phänomene aus der Reihe der mangelhaft untersuchten zu entfernen, damit es möglich werde, durch scharf gezogene Grenzen festzustellen, welche Erscheinungen auf Rechnung der Capillarkräfte und der Reibung zu bringen seien, und welche nicht.

Die nachfolgenden Untersuchungen sollen nun einen Beitrag zur Kenntniss der bezeichneten Klasse von Erscheinungen liefern.

Der erste und zweite Aufsatz handelt von denjenigen Wirkungen der inneren Reibung der Flüssigkeiten, welche zur Geltung kommen bei jeder theilweisen Bewegung, die in einer Flüssigkeit stattfindet. Diese Strömungserscheinungen sind häufig die Begleiterinnen

anderer verborgenen Phänomene, denen sie ihren Ursprung verdanken. Sie verdunkeln dann die Natur dieser Phänomene, wenn man die Gesetze der Strömungen nicht kennt; und lassen sie im Gegentheil scharf hervortreten, wenn man sie kennt. Dadurch ist diese Untersuchung wohl gerechtfertigt.

Der dritte Aufsatz enthält die Discussion einer Reihe von neuen Erscheinungen, die ich unter dem Namen der Erscheinungen der Ausbreitung und Vertreibung zusammengefasst habe.

Man wird aus der Untersuchung vorläufig ersehen, dass diese Erscheinungen gewissermaassen ein Complement zu den Capillaritätserscheinungen darbieten. Aber, obschon ich bemüht war, die Ausbreitungsphänomene so genau als möglich zu erforschen, ist doch die Untersuchung darüber bei weitem nicht geschlossen. Ja, ich habe einige darauf bezügliche Thatsachen und Erörterungen nicht einmal beibringen können, weil sie unverständlich gewesen wären, ohne andere voraufgeschickte Erläuterungen. So ist dort kaum die Rede vom Verhältniss der Ausbreitung zur Wärme, u. a. m.

Andere Fragen aber, wie gross z. B. der Antheil der Ausbreitung an manchen bisher ganz der Capillarität zugeschriebenen Erscheinungen sei, habe ich vollkommen unberührt gelassen. Es wäre wünschenswerth, dass diese und ähnliche Fragen einer gründlichen Unter-

suchung unterworfen würden, einmal weil sie überhaupt in naher Beziehung zum molekularen Bau der Körper stehen, dann aber weil dadurch vielleicht manche Vorstellung über die Wirkungen der Capillarität würde berichtigt werden.

Berlin, im September 1854.

Paul du Bois-Reymond.

INHALT.

I.

Ueber die Strömungserscheinungen innerhalb einer Flüssigkeit.

Die Flüssigkeiten werden in zweierlei Arten von Bewegungszuständen angetroffen. Einmal kann durch irgend einen Einfluss die ganze Flüssigkeit bewegt worden sein, und zwar so, dass alle Theilchen nach einem gemeinsamen Gesetze ihren Ort verändern; wobei aber keineswegs alle gleiche Richtung und Geschwindigkeit zu haben brauchen. Zweitens kann die Flüssigkeit solchen Wirkungen unterworfen sein, durch welche nur einem bestimmten Stücke derselben Bewegung mitgetheilt, das übrige aber sich selbst überlassen wird.

Für den ersteren Fall geben die Flüsse ein Beispiel her, so wie man auch die Bewegung des Wassers in einem Gefäss mit einer Ausflussöffnung dahin rechnen muss. Mit dieser Art der Bewegung der Flüssigkeiten hat es die Hydrodynamik vorzüglich zu thun. Der zweite Fall, der bei weitem häufiger zu beobachten ist, wird durch die Winde und dergleichen alltägliche Erscheinungen vertreten. Aber wiewohl die hierher gehörigen Bewegungszustände der Flüssigkeiten so sehr verbreitet sind, ist es meines Wissens noch nicht unternommen worden, in ihnen allgemeine Beziehungen aufzusuchen, welche ein Licht auf gewisse Strömungsphänomene würfen.

Der Zweck vorliegenden Aufsatzes ist es, durch einfache Betrachtungen zu lehren, wie sich im Grossen und Ganzen die partiellen Bewegungen der Flüssigkeiten gegen einander verhalten, und was aus ihnen schliesslich wird. Wir sind hier nämlich auf dasjenige Feld der Hydrodynamik ver-

setzt, wo es unvermeidlich wird, die Reibung im vollsten Maasse zu berücksichtigen. Denn der Reibung verdanken grossentheils die bizarren Strömungserscheinungen, wie die Strudel, u. a. m., die ein so complicirtes Gepräge an sich tragen, ihre Entstehung. Die mechanische Forschung ist aber noch nicht so weit gediehen, dass sie die verwickelten Vorgänge bei der Wirkung der Flüssigkeitstheilchen auf einander zu enthüllen vermöchte, und höchst wahrscheinlich wird sie dabei der schrittweise vorrückenden Physik entgegenharren müssen. Daher habe ich auch weiter nichts im Sinn, als ein Mittel zu liefern, jene Phänomene zu erklären und gedenke nicht etwa sie in das mathematische Detail zu verfolgen, welches zu einer vollständigen Theorie derselben erforderlich wäre.

Man kann nämlich auch von einem andern Gesichtspunkte aus die Bewegungen der Flüssigkeiten in Gattungen unterscheiden: ich meine je nach der Natur der Kräfte, durch welche sie erzeugt worden. Von diesen Kräften sind die einen, gleich der Schwerkraft, in den Theilchen selbst angebracht; die andern haben ihren Sitz an einer bestimmten Stelle der Flüssigkeit, und treiben von dort aus in irgend einem Sinne die Theilchen fort; so dass diejenigen, welche den Ort verlassen, auch sofort aus dem unmittelbaren Bereich ihrer Thätigkeit treten und nur noch den Gesetzen des Stosses gehorsamen.

Die Bequemlichkeit halber will ich die ersteren Kräfte zukünftig immer Zugkräfte nennen; die andern aber mögen Stosskräfte heissen.

Den Wirkungen der Stosskräfte will in Folgendem ausschliesslich meine Aufmerksamkeit widmen. Mat hat sie noch wenig beachtet, obgleich die meisten Bewegungserscheinungen der Flüssigkeiten daraus ihren Ursprung herleiten; auch habe ich das Feld unserer Untersuchung zwar scharf begrenzt, aber wenig eingeengt. Es muss übrigens sofort bemerkt werden, dass alle diese Unterscheidungen gewissermassen Uebergänge ineinander darbieten. Denn hört eine Zugkraft zu wirken auf, so hinterlässt sie, ganz wie eine Stosskraft, den Theilchen gewisse Geschwindigkeiten. Wenn ein Fluss sich in das Meer ergiesst, oder in Seen und Buchten Zweigströmungen veranlasst, so gehört alles, was sich dann ereignet, in unser Gebiet.

Unter den Stosskräften müssen wir ferner momentane von dauernden unterscheiden; wovon jene es bei einem Stoss bewenden lassen, während die Wirkung dieser betrachtet werden kann als bestehend aus ungemein vielen, sehr schnell aufeinander folgenden Stössen, die eine constante oder eine mit der Zeit wechselnde Stelle der Flüssigkeit treffen.

Der Name Strömung mag die Bewegung der Flüssigkeiten bezeichnen, welche von momentanen Stosskräften hervorgebracht wird, indess dauernde Stosskräfte einen Strom erzeugen sollen.

Die Erscheinungen, mit denen wir es zu thun haben, sind demnach verwickelte Vorgänge, welche entstehen aus der Zusammenwirkung einer Zugkraft, der Schwere, der Molekularkräfte, und der verschiedenen Stosskräfte: alle thätig in einem System von leichtbeweglichen, gleichartigen Punkten.

Es kann nun eine Flüssigkeit mannigfache Bewegungen zeigen, ohne dass ihre Oberfläche aufhört eben zu sein; oder wenn es geschieht, so kann dynamisches Gleichgewicht eintreten. Dies kündigt sich dadurch an, dass in der ganzen Flüssigkeit ein permanenter Zustand entsteht. Die Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung darf also von einem Punkt zum andern wechseln und auch die einzelnen Theilchen werden gleiche Strecken ihrer Bahn verschieden schnell zurücklegen dürfen, aber ein und derselbe Punkt der Flüssigkeit muss stets Theilchen von gleicher Geschwindigkeit und Richtung entsprechen.

Da in dem Fall eines solchen Gleichgewichts zwischen den Kräften, welche die Flüssigkeit angreifen, und denen welche sie entgegensetzt, die Oberfläche nothwendig eine feste Gestalt annehmen muss, und daher die ganze Flüssigkeit von unveränderlicher Form ist; so kann man dasselbe von ihr sagen, als von solchen, die von vorne herein allerseits fest eingeschlossen waren, nämlich, dass durch eine beliebig gelegte Ebene in irgend einer Richtung stets gleich viel Flüssigkeit nach entgegengesetzten Seiten durchgeht. Ferner schliessen wir, dass die Widerstandskräfte und der hydrostatische Druck der im Ueberschuss vorhanden ist, grade so gross sein müssen, als die wirkenden Stosskräfte; d. h., wenn ein Stoss im Zeitdifferential geschieht, so bewältigt der erwachte Widerstand

und der hydrostatische Druck einen Theil der früheren Stösse und einen Theil des neuen; und hinterlässt gerade so viel lebendige Kraft in der Flüssigkeit für einen nach Ablauf des Zeitdifferentials eintretendem weiteren Stoss, als der erstere vorgefunden.

Um mich später auf diese übrigens selbstverständlichen Beziehungen bequem berufen zu können, will ich sie in Formeln ausdrücken, die keinen andern Zweck haben, und durchaus nichts lehren, als was man ohnedies aus ähnlichen Betrachtungen, wie die eben angestellten, schliessen könnte.

Analytisch kann man die Bewegungen der Flüssigkeiten auf doppelte Weise behandeln. Man kann das Schicksal eines Theilchens untersuchen, und alles, was ihm zukommt, betrachten als Funktion seiner Coordinaten, die sich mit der Zeit verändern, also auch als Funktion der Zeit; wobei man diese Coordinaten wiederum abhängen lässt von dem Orte, den es zu einer gewissen Zeit einnahm, und von dieser Zeit ebenfalls. Oder man kann die Bewegung der Flüssigkeit nur als Funktion der Coordinaten ihrer Punkte und der Zeit untersuchen, unbekümmert darum, was aus den Theilchen werde. Die erstere Methode wird bei der Entwickelung der bekannten hydrodynamischen Grundgleichungen befolgt; die zweite soll uns dienen die obigen Beziehungen analytisch auszudrücken.

Es sei ein für das Gefäss festes Coordinatensystem gegegeben. Die Coordinaten eines Punktes der Flüssigkeit seien x, y, z; und ξ, η, ζ seien diejenigen des Theilchens welches diesen Punkt zur Zeit ϑ_0 passirt, die eben für ϑ_0 die Werthe x, y, z annehmen. Die weiteren Begegnisse des Theilchens wollen wir auf ϑ_0 als Aera beziehen. Also zwei Zeitrechnungen unterscheiden wir; eine für das Theilchen, bei der $t = 0$, wenn die andere uns den Werth $\vartheta = \vartheta_0$ giebt, während für deren Nullpunkt wir $t = -\vartheta_0$ haben.

Das Grundproblem der Hydrodynamik ist aber bekanntlich die Coordinaten ξ, η, ζ darzustellen als Funktionen von x, y, z, ϑ_0 und t; so dass x, y, z, ϑ_0 Constante sind, durch deren Variation man auf andere Theilchen übergeht, und t die Urvariabele. Hätte man diese drei Funktionen, so könnte man

durch Elimination von t die Gleichungen der Trajektorie des Theilchens darstellen.

Nun sei $\xi = \varphi\,(x, y, z, \vartheta_0, t) = \varphi_t$, $\eta = \psi_t$, $\zeta = \chi_t$, so sind die Geschwindigkeitscomponenten des Theilchens $\frac{d\varphi_t}{dt}$, $\frac{d\psi_t}{dt}$, $\frac{d\chi_t}{dt}$, und für den Augenblick $t = 0$ mögen sie u, v, w, heissen. Dann sind u, v, w von den Theilchen unabhängige Funktionen und können Geschwindigkeitscomponenten der Punkte der Flüssigkeit genannt werden. Durch Variation von ϑ_0 geht man auf andere Zeiten über; und da wir dies jetzt variabel setzen können, so soll es fortan einfach ϑ geschrieben werden.

Wenn hydrodynamisches Gleichgewicht eintritt, so wird die Geschwindigkeit an den einzelnen Punkten der Flüssigkeit constant; daher hat man:

$$\frac{du}{d\vartheta} = 0,\ \frac{dv}{d\vartheta} = 0,\ \frac{dw}{d\vartheta} = 0 \ \ldots\ldots\ 1)$$

Für jenen Zustand sind dies die Bedingungsgleichungen. Die partiellen Ableitungen von u, v, w nach der Zeit bedeuten die Beschleunigung an einem Punkte der Flüssigkeit, und sind das Verhältniss des Ueberschusses der Geschwindigkeit eines an jenem Punkte anlangenden Theilchens über die eines vorhergehenden Theilchens zum Zeitdifferential.

Ist ferner $dxdy$ ein Flächenstückchen auf einer Ebene die der xy parallel ist, und bezeichnen $dxdz$, $dydz$ ebenso Flächendifferentiale auf Ebenen die den xz und yz parallel sind; so fliesst durch jedes in der Richtung, die senkrecht ist auf die Ebene, zu der es gehört, während der Zeit dt das Flüssigkeitsvolum $wdxdydt$, $vdxdzdt$, $udydzdt$. Soll nun an beiden Seiten der Ebene gleichviel Flüssigkeit sein, damit die Form der ganzen Flüssigkeit dieselbe bleibe, so muss die Summe aller durch die Ebene getretenen Volumina Null sein, und man wird erhalten:

$$\iint u\,dydz = 0,\ \iint v\,dxdz = 0,\ \iint w\,dxdy = 0 \ \ldots\ 2)$$

Integrirt man diese Integrale, ein jedes in Beziehung auf die in ihm freigelassene Variable, so giebt dies:

$$\int^x\!\!\iint u\,dxdydz = 0,\ \iint^y\!\!\int v\,dxdydz = 0,\ \iiint^z w\,dxdydz = 0 \ \ldots\ 3)$$

Die unbezeichneten Integrale sind bestimmt und über die ganze Flüssigkeit auszudehnen; die bezeichneten sind unbe-

stimmt gelassen, und beziehen sich auf die noch freien Variabelen in den Gleichungen 2). Dehnt man in den Gleichungen 3) die unbestimmte Integration über die ganze Flüssigkeit aus, und addirt die Gleichungen, so folgt:

$$\iiint (u + v + w)\, dxdydz = 0 \; \ldots\ldots \; 4)$$

und durch Differentiation nach ϑ,

$$\iiint \left(\frac{du}{d\vartheta} + \frac{dv}{d\vartheta} + \frac{dw}{d\vartheta}\right) dxdydz = 0 \; \ldots\ldots \; 5)$$

Die Beziehungen 2, 3, 4, 5, sind allen Flüssigkeiten mit unveränderlicher Gestalt gemein, mag diese durch festen Verschluss oder durch Herstellung hydrodynamischen Gleichgewichts fixirt worden sein. Für den letzteren Fall ist die Gleichung 5) schon wegen der in 2) klar. Uebrigens gelten diese Gleichungen, da die Dichtigkeit in ihnen gar nicht vorkommt, sowohl für homogene als für heterogene Flüssigkeiten, und es dürfen sogar feste Körper darin enthalten sein.

Was nun die Kräfte selbst betrifft, so sind sie denselben Betrachtungen zu unterwerfen, wie bei den Maschinen.

Fängt eine dauernde, regelmässige Stosskraft innerhalb einer ruhenden Flüssigkeit zu wirken an, so wird diese bis zum Eintritt des hydrodynamischen Gleichgewichts an lebendiger Kraft gewinnen, und wird es zu einer Quantität bringen, die so auszudrücken ist:

$$\tfrac{1}{2} \int V^2 dm = \vartheta_0 \int^{x,\,y,\,z} Rrdm - \int_0^{\vartheta_0} \int F(V) f dm d\vartheta - PH \; \ldots \; 6)$$

Durch V soll diejenige Geschwindigkeit ausgedrückt werden deren Componenten weiter oben u, v, w genannt wurden, und die nur Funktion von x, y, z, ϑ war; ϑ hat hier dieselbe Bedeutung wie oben.

Die unbezeichneten Integrale erstrecken sich über die ganze Flüssigkeit.

Der erste Ausdruck linker Hand ist die halbe Summe der lebendigen Kräfte welche die Flüssigkeit bis zur Zeit ϑ_0 erhalten.

Das erste Integral rechter Hand bedeutet die Summe der virtuellen Momente der Elementarstösse. Die Projection der Kraft auf den Weg mag $rd\vartheta$ sein; so ist, weil wir die Stosskraft R als dauernd und regelmässig annehmen, r keine Funktion von ϑ, sondern nur von x, y, z und ihr Integral nach ϑ

daher $\vartheta_0 r$. Die Grenzen des Integrals $\int^{x,\,y,\,z}$ erstrecken sich über alle unmittelbar von den Stössen getroffenen Punkte der Flüssigkeit.

Das zweite Integral rechter Hand ist ein sehr complicirter Ausdruck, und stellt die Summe der virtuellen Widerstandsmomente aller Punkte der Flüssigkeit im Zeitintervall $0,\vartheta_0$ vor: wo $fd\vartheta$ wieder die Projektion ist, diesmal aber Funktion von ϑ oder vielmehr von V. Ueber $F(V)$ kann man bei unseren jetzigen Kenntnissen nichts aussagen, als dass es mit V wächst und wahrscheinlich schneller als dieses. Es ist auch vermuthlich Funktion von V^2 und nicht von V, weil dies das Zeichen wechselt, während $\int_0^{\vartheta_0} \int F(V) f dm d\vartheta$ stets negativ ist.

Endlich ist PH die Arbeit, welche bei Störung des Spiegels der Flüssigkeit geleistet wurde, und gleich dem Produkt aus der Entfernung des Schwerpunkts der über den Spiegel erhobenen Flüssigkeit von dem Schwerpunkte des nunmehr von Flüssigkeit leeren Raumes unter dem Spiegel, in das Gewicht der über den Spiegel erhobenen Flüssigkeit.

Tritt hydrodynamisches Gleichgewicht ein, so heisst dies, dass an allen Punkten der Flüssigkeit gleiche Geschwindigkeit vorhanden, und es erhellt, dass sodann weder die lebendige Kraft, noch das letzte Glied eine Veränderung mit der Zeit erleiden kann. D. h. man wird zugleich haben: $\int V \frac{dV}{d\vartheta} dm = 0$ und $\frac{dPH}{d\vartheta} = 0$. Die erstere dieser Gleichungen ist übrigens gleichbedeutend mit der Gleichung 5). Durch Differentiation erhält man folglich,

$$\int^{x,\,y,\,z} R r dm = \int F(V) f dm$$

d. h. der Widerstand ist gleich der bewegenden Kraft.

Der Bequemlichkeit halber wollen wir die Grössen der Gleichung 6) der Reihenfolge nach mit $\frac{1}{2}L$, R, F, H bezeichnen, und die Grenzen der Zeitintegrale als Indices unten anschreiben. Dann haben wir: $\frac{1}{2}L_{0,\vartheta_0} = R_{0,\vartheta_0} - F_{0,\vartheta_0} - H_{0,\vartheta_0}$ und wenn ϑ_0 der Augenblick ist wo der permanente Zustand beginnt: $\frac{1}{2}L_{\vartheta_0,\vartheta_1} = 0$, $H_{\vartheta_0,\vartheta_1} = 0$, $R_{\vartheta_0,\vartheta_1} = F_{\vartheta_0,\vartheta_1}$; und diese Gleichungen werden in Folgendem als „Kräftegleichungen“ angezogen werden.

Nach diesen einleitenden Bemerkungen kehren wir zu den Strömungen zurück.

Es steht den Theilchen bei ihrer Ortsveränderung offenbar nur der Kraftverlust entgegen, welcher von der Mittheilung der Bewegung an die benachbarten Theilchen herrührt. Diese Mittheilung geschieht durch die Molekularkräfte, welche bestrebt sind die Theilchen in gewissen Entfernungen von einander zu halten. Da nun bei jeder Verschiebung eines Theilchens nothwendig eine Veränderung dieser Entfernungen erfolgen müsste: so werden die benachbarten Theilchen theils fortgeschoben, theils nachgezogen; und zwar auf solche Weise, dass die Summe der Entfernungsänderungen ein Minimum wird. Es ist diese Summe ein Maass für die Zähigkeit der Substanzen, von der sie, für ein und dieselbe Kraft, eine umgekehrte Funktion ist; und sie wächst mit der Intensität der Kraft, die einen Punkt des Körpers angreift. Wir wollen uns nun durch ein in Bewegung versetztes Theilchen eine Ebene gelegt denken, die normal ist zur Tangente an seine Trajektorie; und nennen wir der Kürze halber die Richtungen, welche vom Theilchen aus mit dem Sinne seiner Fortbewegung einen Winkel unter 90° bilden, positive, während die, welche einen Winkel von mehr als 90° einschliessen, negative heissen mögen, solche die in der Normalebene liegen normale; und solche schliesslich, die mit der Tangente an den Punkt der Trajektorie, wo es sich gerade befindet, zusammenfallen, tangentiale: so werden wir in allen negativen und normalen Richtungen Widerstandskräfte vorfinden.

Dazu wollen wir noch die Vorstellung einer Ebene fügen, welche die tangentiale Richtung des Theilchens enthält, in ihr endigt, und um sie rotirt. Nun mögen für jede einzelne Lage dieser Ebene die in ihr auf das Theilchen wirkenden Widerstandskräfte zerlegt gedacht werden längs der negativen tangentialen und der normalen Richtung, welche letztere die Durchschnittslinie der Normalebene und der rotirenden Ebene ist, und deren jedesmalige Lage fixirt.

So können wir uns alle Widerstandskräfte, mit Ausnahme der in der negativen Tangentialrichtung gelegenen, vom Theil-

chen als Mittelpunkt aus, der Grösse und Richtung nach strahlenförmig auf der Normalebene verzeichnet denken: Dann werden alle Endpunkte dieser Kräfte in einer Kurve liegen, deren Gesetz abhängt von der Form des Gefässes, in dem die Flüssigkeit enthalten ist, von deren Natur, und vor allen Dingen von dem Orte, wo sich das Theilchen befindet. Kennte man daher die Flüssigkeiten genauer, so würde man die Gleichung dieser Kurve für jedes Theilchen angeben können, und sie müsste für ein und dasselbe Gefäss mit den Coordinaten dieses Theilchens, und seiner Bewegungsrichtung variiren.

Es wird aber in dubio immer eine Lage der rotirenden Ebene geben, für welche der Radiusvector der Kurve ein absolutes Maximum erreicht. Das heisst so viel, als dass in den natürlichen Flüssigkeiten, wo man den Fall vollkommener Symmetrie nicht voraussetzen kann, für jedes System von Ebenen, die eine gewisse Richtung enthalten, in einer derselben und den benachbarten die Theilchen schwerer verschiebbar sein werden, als in jeder andern: entweder wegen der Nähe der Wandungen, oder weil schon Strömungen bestehen, oder bei nicht homogenen Flüssigkeiten wegen der grösseren Zähigkeit, u. s. f.

Zieht man nun die in der negativen Tangentialrichtung gelegene Widerstandskraft von der positiven Tangentialkraft des Theilchens ab, und setzt die Differenz mit den normalen Widerstandskomponenten, die man auf eine reducirt, zusammen; so sieht man, dass das Theilchen von seiner Bahn in die Gegend der schwereren Verschiebbarkeit hin abgelenkt wird.

Hat die Ursache seiner Ortsveränderung aufgehört zu wirken, d. h. hat es nur einen Stoss erhalten, so wird seine Tangentialgeschwindigkeit allmählig aufgezehrt durch die tangentialen Widerstandskräfte, während durch den normalen Widerstand seine Bahn in demselben Verhältniss gekrümmt wird.

Diese Betrachtungen kann man leicht verallgemeinern und auf ein System sich bewegender Theilchen ausdehnen.

Hätten alle zum bewegten System gehörige Theilchen nach einer Richtung hin den Impuls empfangen, so würde man es eine Strömung nennen, gemäss unser früheren Definition; wenn aber ohne Unterbrechung immer neue bewegte Systeme

sich folgten, so hätte man einen Strom, der sich von der Strömung also nur dadurch unterscheidet, dass er aus mehreren solchen besteht. Daher erhellt, dass wenn wir das Verhalten der Strömungen erforscht haben, wir auch über die Ströme aufgeklärt sind, versteht sich mit gewissen Abänderungen, die sich in der Folge ergeben werden.

Es ist klar, dass eine fadenförmige (äusserst dünne) Strömung, deren Fortbewegungsrichtung im Faden enthalten ist, ganz so wie das einzelne fortgestossene Theilchen einbiegen wird in die Gegend des grösseren Widerstandes. Dies gilt natürlich auch für eine flächenförmige Strömung, deren Theilchen sich in Richtungen bewegen, die der Fläche angehören; denn man kann sie ansehen, als aus vielen aneinandergereihten Strömungsfäden bestehend. Doch man thut besser, sie nicht sowohl in Fäden, die der Tangentialrichtung der Theilchen parallel sind, zu zerspalten, sondern vielmehr in Theilchenreihen, die senkrecht darauf stehen. Untersuchen wir eine solche Reihe für sich, und nehmen wir an, der normale Widerstand sei für die beiden langen Seiten dieses nach zwei Richtungen äusserst dünnen Parallelepipedums ganz gleich, aber für die beiden Enden der Reihe verschieden: so wird erstens der normale Widerstand, der unmittelbar von den benachbarten Theilchen herrührt, für die nicht am Ende der Reihe befindlichen Flüssigkeitselemente Null sein; denn im Faden haben alle Theilchen dieselbe Bewegung und der normale Widerstand seitens der die langen Seiten streifenden Flüssigkeit ist gleich und entgegengesetzt. Aber es ist zu bedenken, dass die Theilchen durch die Molekularkräfte verbunden sind; es wird also der normale Widerstand, den die Endtheilchen erfahren, sich fortpflanzen durch den ganzen Strömungsfaden, den man als ein gespanntes Seil betrachten kann. Jedes dem Faden angehörige Theilchen wird also zwei Züge erfahren, nämlich nach beiden Enden hin. Es kommt nun darauf an, welcher Zug stärker ist. Ein Theil dieses Doppelzuges wird in jeden Punkte des Fadens sich aufheben, und, da der Faden nachgiebig ist, eine Formveränderung bewirken, die darin besteht dass der Faden länger und dünner wird. Der übrige Theil wird nicht vernichtet, und macht sich als Componente der bewegenden Kraft der Theil-

chen geltend. Diese Componente ist normal auf die Tangentialrichtung der Theilchen, und nach dem Ende hingerichtet, wo der grössere Widerstand angebracht ist. Man sieht also, dass jedes Theilchen nach jenem Ende hin abgelenkt wird, und der ganze Faden wird demnach nicht mehr senkrecht auf sich, sondern geneigt gegen ein auf ihn gefälltes Loth, in die Gegend des grösseren Widerstandes fortgeschoben werden, indem er sich zugleich verlängert.

Ist aber der Widerstand für beide Enden gleich, und für die langen Seiten verschieden, so reichen die Betrachtungen, die wir in Beziehung auf ein einzelnes Theilchen angestellt haben, aus, und man weiss, nach welcher von den langen Seiten hin die Reihe abgelenkt wird. Sollten die normalen Componenten sowohl für die Enden wie für die langen Seiten differiren, so kann man die Kräfte, denen so die Theilchen der Reihe unterliegen, leicht durch Zusammensetzung erhalten.

Eine flächenförmige Strömung ist, weil sie aus unmittelbar aufeinanderfolgenden Reihen besteht, denselben Schlüssen zu unterwerfen.

Solche Strömungen sind aber selten; und man begegnet in der Natur fast nur Stosskräften die eine nach keiner Dimension äusserst geringe Flüssigkeitsmasse treffen. Denken wir uns deshalb eine Strömung der die Bewegungsursache eine prismatische Gestalt gegeben; so ist für jede Seitenfläche des Prismas der Widerstand nach der Axe zu so gut wie null, nach der übrigen Flüssigkeit hin aber merklich. Wir können uns nun die Strömung zerlegt denken in Strömungsfäden oder Flächenströmungen längs der Axe oder senkrecht auf die Axe, ganz wie es uns am bequemsten ist, und darauf die obigen Auseinandersetzungen anwenden; dann ergiebt sich mit Nothwendigkeit:

I. dass die Strömung sich ausdehnt, so dass ihr Querschnitt an Flächeninhalt gewinnt.

Man erkennt aber auch sofort, dass der Widerstand für die Oberflächentheilchen des Prismas am grössten ist:

II. daher wird die Strömungsgeschwindigkeit von der Axe des Prismas nach der Oberfläche hin abnehmen;

wobei unter Axe die Linie verstanden ist, welche die Schwerpunkte der Querschnitte des Prismas enthält, wenn man die Geschwindigkeit der Theilchen als Dichtigkeit in Rechnung bringt. Jene Betrachtungen lehren ferner, dass, wenn der Widerstand am grössten ist für den Raum zwischen zwei Ebenen, welche die Axe des Prismas gemein haben und in ihr endigen,

III. die Axe der prismatischen Strömung eine Knickung erfahren wird in diese Gegend des grössten Widerstandes.

Hieraus kann man nun die Gesetze der Einwirkung mehrerer Strömungen aufeinander ableiten.

Ich bemerke zunächst folgendes. Jene Einwirkung ist natürlich eine solche, die sich von Theilchen zu Theilchen erstreckt. Ein Theilchen empfängt einen Impuls, und die es umgebenden werden in Folge dessen ebenfalls zur Bewegung angeregt. Bis zu einer noch nicht näher bestimmbaren Entfernung wird man den Impuls betrachten können als von derselben Ordnung, wie der, welcher ursprünglich dem Theilchen ertheilt wurde; darüber hinaus wird er für Strömungen, deren Geschwindigkeit von dieser Ordnung ist, zu vernachlässigen sein. Je grösser die Menge der anfänglich bewegten Theilchen ist, desto grösser ist die Entfernung, in welchen der abgeleitete Stoss in eine niedere Ordnung zu versinken beginnt.

Sind nun zwei parallele Strömungen gegeben, deren Oberflächenabstand geringer ist als diese Entfernung, so muss man unterscheiden, ob sie nach derselben oder nach entgegengesetzten Richtungen laufen.

Im ersteren Falle ist für jede der Widerstand in der Gegend, wo die andere läuft, am geringsten, weil von jeder den benachbarten Theilchen ein Impuls im Sinne der andern Strömung ertheilt wird. Wenn sonst alles um die Strömungen herum symmetrisch ist, so folgt aus dem dritten Gesetze, dass sie sich von einander abwenden, und sich die convexe Seite zukehren werden, um in die Gegend des grössten Widerstandes einzubiegen.

IV. Zwei parallele gleichgerichtete Strömungen stossen sich also gleichsam ab.

Sind die Strömungen aber entgegengesetzt, so ertheilt jede den Theilchen zwischen beiden eine Bewegung die der andern geradezu entgegenstrebt: und für jede wird der Widerstand am grössten sein nach der Richtung, wo sich die andere befindet. Daher

V. ziehen zwei parallele entgegengesetzte Strömungen sich gleichsam an,

und kehren einander die concave Seite zu.

Für Strömungen die ungleich stark sind, und einen Winkel miteinander einschliessen, ergeben sich eben so unmittelbare Folgerungen. Hier kann man sich nämlich die Strömungen in parallele zerlegt denken (nach den Gesetzen der Zusammensetzung der Kräfte); und auf die Paare von parallelen Strömungen, welche man so erhält, ist dann das Gesagte anzuwenden. Dabei ist zu bedenken, dass bei zwei ungleich starken Strömungen die Stärkere begreiflich eine geringere Richtungsveränderung erfährt, als die schwächere. Gehen die Strömungen in einer Ebene vor sich, so wird man einer Richtung angehörige, gegen einander gewandte Componenten erhalten, deren Differenz, falls sie nicht Null ist, auf die Richtungsänderung der Strömungen von Einfluss ist. Damit meine ich, dass die Theilchen zwischen beiden Strömungen so bewegt werden, als wären statt der zwei Winkelströmungen ihre vier Componenten vorhanden, wie sich leicht darthun liesse, wenn man wiederum vom einzelnen Theilchen ausginge. In der That stellt man sich vor, dass es statt den unendlich kleinen Weg dr zu durchlaufen, den Umweg machte über die Catheten dx und dy, deren Hypotenuse dr ist: so wird ein Theilchen, welches in einer endlichen Entfernung befindlich ist, in Folge dessen keinen merklich andern Weg zurückgelegt haben, als wenn das ursprüngliche Theilchen einfach der Linie dr entlang gewandelt wäre. Zerlegt man nun die Strömungen auf diese Weise, so erfährt man, dass:

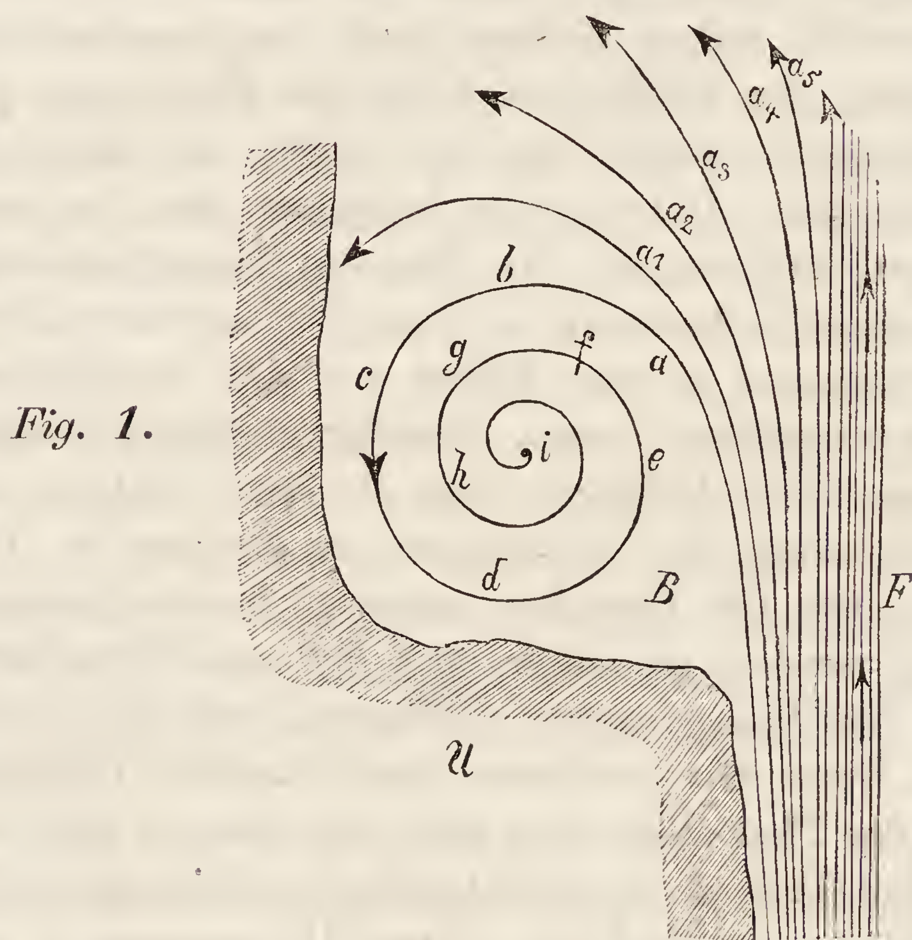
VI. ob sie in einem Winkel aufeinander zueilen oder von einanderstreben, sie sich stets ihre Convexität zukehren;

ferner:

VII. Ist die eine Strömung auf den Scheitel des Winkels gerichtet und verlässt ihn die andere, so kehren sie sich ihre Concavität zu.

Mit diesen elementaren Vorstellungen ausgerüstet, gelingt es den Grund mancher complicirten Strömungsphänomene abzuleiten. Wenden wir z. B. die dargelegten Gesetze an, um einen gewöhnlichen Strudel zu erklären, wie das fliessende Wasser ihrer zahllose erregt.

In Fig. 1 sei *F* der Fluss, der in der Richtung der Pfeile



strömt, *U* das Ufer, *B* eine Bucht. Wir wollen uns vorstellen der Fluss fange gerade zu fliessen an; so wird wegen des Gesetzes der Ausdehnung der Strömungen das Wasser in der Bucht bewegt werden, und zwar müssen die Strömungen .... a_3, a_2, a_1, a entstehen. Sie werden sich, als annähernd parallel und in gleichem Sinne laufend, immer mehr von einander abwenden, wobei a die äusserste sein mag. Da sie immer an der einen Seite die gleichsinnig bewegten, an der andern aber unbewegte Theilchen hat, so wird sie schliesslich in c anlangen. Dann muss man ba und bc als Winkelströmungen ansehen, die dem VIIten Gesetze anheimfallen, und einander die Concavität zukehren. In Folge des-

sen schlägt sie den Weg nach *d* ein, und gelangt, immer concaver werdend, nach *e*; wobei zu bemerken ist, dass, als Winkelströmungen betrachtet, die Theile *ba* und *bc*, *cb* und *cd*, *dc* und *de* dem Zweige *a* ein und dieselbe Krümmung zu ertheilen bestrebt sind; dass ferner die gegenüberliegenden Punkte *a* und *c*, *b* und *d*, *c* und *e* entgegengesetzten und parallelen Strömungen entsprechen, die sich nach dem Vten Gesetze gleichsam anziehen, und dass schliesslich alle übrigen Punkte der Strömung, ebensowohl als die bezeichneten, in die Untersuchung eingeführt werden konnten. Fährt man weiter fort die Strömung zu verfolgen, so sieht man, dass *de* und der Fluss gleichsinnig als Winkelströmung laufen; daher wendet sich die schon gebogene Strömung immer weiter ab und gelangt bis *f*. Von nun an hat sie zur einen Seite stets eine gleichsinnig, zur andern eine entgegengesetzt laufende Strömung; sie muss sich also immer mehr krümmen, und ist gezwungen, in einem mittleren Punkte *i* schliesslich anzulangen.

So sehen wir, wie der letzte Ausläufer *a* nothwendig in einer spiraligen Windung sein Ende nehmen muss. Es ist aber leicht zu ermitteln, was nun weiter erfolgt. Denken wir uns zunächst, in dem Augenblicke, wo der letzte Ausläufer des Partialstromes *a* in *i* anlangt, höre der Fluss zu fliessen auf, und die Bucht käme in Ruhe mit Ausnahme des Theiles *abc . . . i*. Es ist ersichtlich, dass der Theil bei *i*, der nicht weiter kann, sich an *g* und *h* anschliessen wird, und mit diesem in der drehenden Bewegung fortfahren, da überdies bei *abcd*, etc. noch Vorrath an Geschwindigkeit vorhanden ist. Aber wiederum müssen diese Theile sich ausbreiten, weil nun der Widerstand nach der Umgebung zu am stärksten ist. Dies würde jedoch nach complicirten Gesetzen geschehen, die hier nicht erörtert werden können; denn die Tangentialgeschwindigkeit der Theilchen nimmt von *a* nach *i* in dem Maasse ab, als die Reibung wirksam war. Es wäre also noch auf die Centrifugalkraft besondere Rücksicht zu nehmen. Höchst wahrscheinlich würde diese bewirken, dass sich die Spirale wieder abwickelte, indem die Theile bei *a* schneller flössen, als die bei *b*, *c* u. s. f. Man kann übrigens dieses Auf- und Abwickeln der Spiralströmungen sehr häu-

fig beobachten. Wenn man ein grosses Becherglas mit staubigen Wasser füllt, und es durch plötzliche, nicht zu heftige Stösse in Bewegung versetzt: so sieht man die Staubtheilchen in gewundenen Linien Punkten zueilen, die sie gleich darauf ebenso wieder verlassen.

Hört der Fluss aber nicht zu strömen auf, so können sich die Theile *a*, *b*, *c*, *d*... auch nicht ausbreiten, oder vielmehr sie werden stets von andern ersetzt, die eine gleiche Geschwindigkeit besitzen, und weniger tangentiale Reibung erfahren, da die Theilchen vor ihnen schon in Bewegung sind; dann sind die Punkte der Spirale gezwungen dauernd eine drehende Bewegung anzutreten, bei welcher sich die ursprüngliche Form der Strömung verwischt, und ein kreisender Strom entsteht. So wird ein Strudel oder Drehling (tournant) gebildet. Er ist als ein rotirender Wassercylinder zu betrachten, der sich in einem Gefäss befindet, welches der Strom und die Bucht vorstellen. In diesem freilich mangelhaft schliessenden Gefäss muss sich die rotirende Wassersäule ähnlich verhalten, wie die Flüssigkeiten in den Glascylindern bei den bekannten Centrifugalversuchen, d. h. ihr Niveau muss in der Mitte am niedrigsten, peripherisch am höchsten sein; weshalb man die Strudel auch immer trichterförmig eingesenkt sieht.

Es kommen übrigens Strudel unter den mannigfachsten Formen und Verhältnissen vor. Z. B. giebt es solche deren Strömung mit einer Schraubenlinie auf einem Doppelkegel, dessen Axe senkrecht steht, zu vergleichen wäre. Gegenstände, die ein solcher Drehling fortreisst, werden sehr rasch in immer engeren Kreisen nach einem tiefsten Punkte hingezogen, und unter Wasser wieder freigegeben. Natürlich muss man die näheren Verhältnisse jedes einzelnen Strudels erforschen, um ihn erklären zu können. Ich habe nur die Entstehung der gewöhnlichsten zeigen wollen, wie man sie bei jeder Schleuse an den Brückenpfeilern und hinter Vorsprüngen beobachten kann.

Verfolgt man aber mit dem Maasstab unserer Gesetze irgend eine Strömung, die innerhalb einer hinreichend ausgedehnten Flüssigkeitmenge erzeugt ist, so führt dies unabweislich auf die Folgerung, dass sie in einer Spirale endigen

muss: und auf diese Weise wird jenen Schlüssen ihre allgemeinste Form ertheilt.

Stellen wir uns nun im einfachsten Falle vor, es sei in einer unendlichen Flüssigkeit eine Strömung von cylindrischer Form auf solche Weise erregt, dass die Axe des Cylinders der Tangentialrichtung der Theilchen parallel ist, und dass ferner der normale Widerstand um die Axe herum nirgends überwiege, so dass die Axe des Strömungscylinders nach keiner Seite eine Knickung erfahre. Dann ist klar, dass es hinreicht einen Längsschnitt der Strömung zu untersuchen, da alles um die Axe herum symmetrisch ist.

Nun sei *aa* (Fig. 2) eine Theilchenreihe, wie die schon

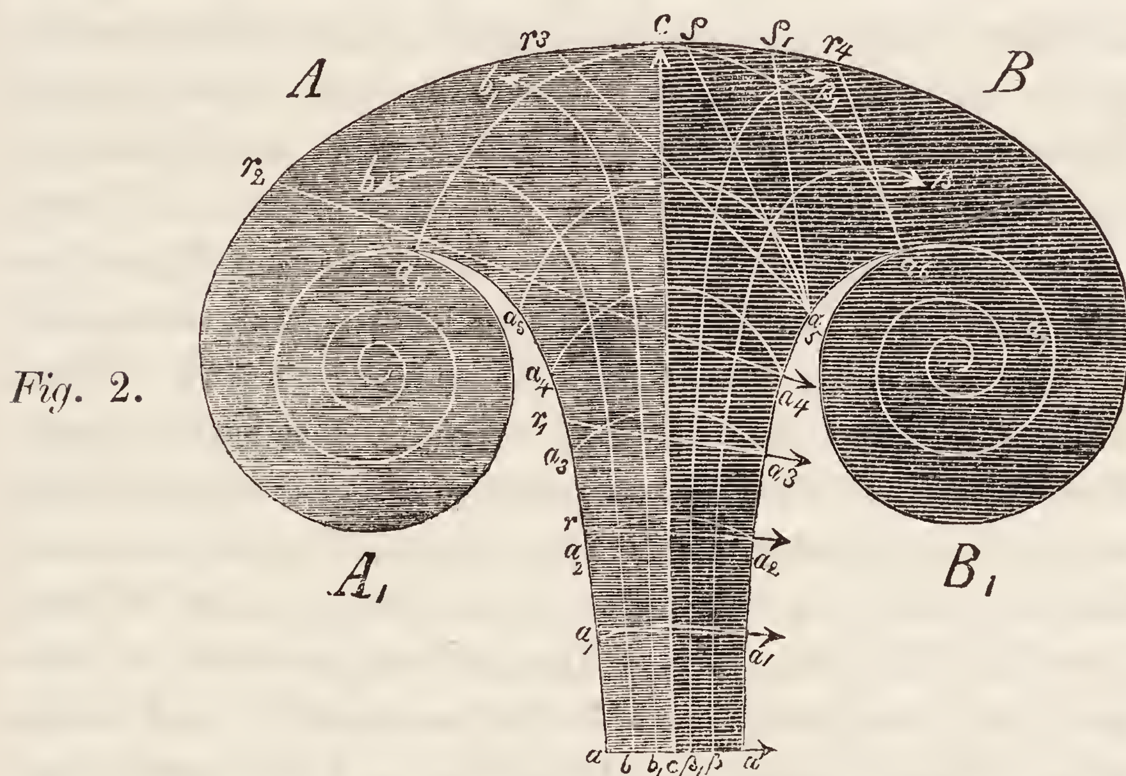


Fig. 2.

weiter oben beschriebene, so sollen die parallelkreisartig aufgetragenen Kurven a_1a_1, a_2a_2. . . . a_6a_6 ihre jedesmaligen Lagen nach Verlauf gleicher Zeiten vergegenwärtigen. Die Meridiane bb, b_1b_1, $\beta_1\beta_1$, $\beta\beta$ und cc sollen die Bahnkurven ihrer Theilchen darstellen; und ich habe mich zunächst über die Gestalt, die ich allen diesen Linien gegeben, zu verantworten.

Die obigen Betrachtungen der Theilchenreihen waren natürlich nur gültig für solche Fäden, welche die Richtung des an den Enden ausgeübten Zuges enthalten; aber sie sind für einen so beschaffenen Flüssigkeitsfaden auch stets berechtigt. Seien demnach aa, a_1a_1, ra_2, r_1a_3 etc. derartige Theilchenreihen, so ist der normale Widerstand im Sinne der

Pfeile bei a, a_1, a_2 etc. gerichtet, und bewirkt eine Verlängerung des Fadens. Diese ist wiederum nur dann möglich, wenn die Theilchen eine Richtungsänderung erfahren, d. h. die normale Componente des Widerstandes muss für alle Theilchen des Fadens mit deren Tangentialkraft zusammengesetzt werden. Diese normale Componente ist für die Mitte cc Null, an beiden Seiten der Mitte aber in der Richtung der Pfeile wirksam. Das IIte Gesetz lehrt ferner, dass die Strömungsgeschwindigkeit abnehme vom Rande nach der Axe zu. Aus diesen beiden Sätzen folgt, dass die Zeichnung des Fadens aa und seiner Gestaltveränderungen, sowie der Bahnkurven, wenigstens bis a_2a_2 richtig sei; darüber hinaus sind neue Betrachtungen erforderlich. Es mag nun ein Faden durch jedes Randtheilchen gelegt sein, welcher dessen normale Widerstandskomponente enthält, so erkennt man fernerhin, dass diese in ihrer Wirksamkeit auf die Richtungsänderung der Theilchen immer mehr beschränkt wird auf die eine Seite der Strömung, je weiter diese dringt. Dies erhellt aus der Figur, wo die Fäden durch die Linien aa, a_1a_1 (im Anfang noch senkrecht auf die Axe) ra_2, r_1a_3, r_2a_4, r_3a_5, r_4a_6 dargestellt sind. Wenn man z. B. den Faden r_3a_5 für sich betrachtet, so ist der normale Widerstand auf die Richtungsänderung aller seiner Theilchen innerhalb der dunkel schraffirten Hälfte B stark wirksam, innerhalb der Hälfte A hingegen wirkt der normale Widerstand, den das Theilchen a_5 erfährt, als tangentialer Widerstand auf die Flüssigkeit, die der Faden enthält: und wenn man solche Fäden durch das Theilchen a_5 legt, welche andere als normale Widerstandscomponenten enthalten, z. B. ϱa_5 und $\varrho_1 a_5$, so treffen diese grösstentheils gar nicht mehr die Theilchen der Hälfte A. Dasselbe gilt von den normalen Widerständen, die an den Theilchen der anderen Seite wirken.

Daraus geht hervor, dass eine Zeit kommen muss, wo die Strömung nach zwei entgegengesetzten Richtungen auseinanderfährt, da der normale Widerstand fortwährend an der einen Seite zieht, und, wenn er die andere noch trifft, er dennoch die Theilchen keine wesentliche Richtungsänderung erfahren lässt. Es ist gleichgültig, wann dies geschieht, aber es ist nothwendig, dass es geschehe.

Sobald der Vorgang des Auseinanderweichens der Strömung eingetreten ist, könnte man meinen, der Widerstand bei

B und B_1 sei gleich, und es sei nicht leicht zu ermitteln, was fernerhin aus der Strömung werde. Doch dies ist nicht der Fall. Man bedenke, dass nunmehr a_5 (welches ich gerade so gewählt habe) der Scheitel einer Winkelströmung ist, für die unser VIItes Gesetz passt. Diesem zufolge wendet sich die Strömung in die Gegend a_7 und dreht sich immer mehr, ganz so, wie ich es beim Strudel ausgeführt habe. Es wird nach der angezogenen Deduction an den beiden Seiten A und B ein Drehling gebildet.

Die Mitte der Strömung cc und die an sie grenzenden Theile erleiden aber viel tangentialen Widerstand, sowohl nach vorne, als auch von hinten her seitens der Züge a_4a_5, etc. Daraus ergiebt sich dann, dass sie erlahmt, insofern sie nicht Beute jene Züge wird, und sich ebenfalls seitlich wendet.

Es wäre ein Leichtes die ganze Erörterung noch viel specieller durchzuführen; doch ich glaube, dass genug gesagt sei, um zu zeigen, wie eine solche Strömung ihr Ende nimmt. Es werden zwei Strudel gebildet, die in der Rotation fortfahren, bis sie durch Reibung ihre ganze Geschwindigkeit eingebüsst haben. Sie erweitern sich, rollen sich auf, und so verschwindet schliesslich die plötzlich erzeugte Bewegung.

Wenn die Stosskraft aber dauernd war, so sind die Vorgänge viel verwickelter. Es ist alsdann zu berücksichtigen, dass hinter den Theilchen, die seitabweichen, andere bewegte folgen, so dass man annehmen muss, die Strömung setzte sich weiter fort; sie wird dann in Absätzen Seitenstrudel zeigen, und im Ganzen das Bild der Fig. 3 darbieten. Es ist immer ein bewegter Kern vorhanden, der allmählig aufgehalten wird, und sich ausbreitet; dieser bildet dann Spiralen, welche durch Reibung vernichtet werden. Die Reibung wird aber auch Herr über die ganze Wirkung der Stosskraft, wie im Anfang erörtert worden. Es wird an irgend einem Orte immer der letzte Ausläufer des Stromes in einer Spirale der Reibung seine Kraft abgeben.


Fig. 3.

Man sieht, dass die Strudelbildung in der Hand der Reibung das Mittel ist, wie sie die ruhestörenden Einflüsse innerhalb ihres Gebietes überwältigt. Wenn man durch die Spitze einer feinausgezogenen Kautschuckpipette mit regelmässigem Druck Cigarrendampf treibt, so zeigen sich Figuren, welche das Gesagte bestätigen.

Doch lassen sich die Vorgänge bei einer dauernden Stosskraft nicht so genau ermitteln, dass ich dabei vor Einwürfen sicher gestellt wäre.

Wenn wir nun die Betrachtung des Längsschnittes der Strömung verlassen, und sie uns im ganzen vergegenwärtigen wollen, so leuchtet ein, dass sie eine Pilzgestalt haben wird; und die Strudel werden mit einer Papierrolle, deren Enden zusammengefügt sind, zu vergleichen sein.

Weiterhin sieht man, dass die Regelmässigkeit, die ich im Anfang voraussetzte, für das Entstehen der Spiralen durchaus keine integrirende Bedingung ist; im Gegentheil kann man behaupten, dass jede irgendwie erregte Strömung ein solches Ende zu nehmen gezwungen ist, da die Gesetze der Ausdehnung, und der Winkelströmungen immer zur Geltung kommen müssen.

Schliesslich ist zu berücksichtigen, dass in ringsumschlossenen, kleinen Flüssigkeitsmengen noch die gleich grosse, entgegengesetzte Strömung nicht darf vernachlässigt werden, welche in Folge der in den Gleichungen 2) ausgesprochenen Beziehungen für eine beliebig gerichtete Strömung jedesmal eintritt. Es wäre noch eine besondere Untersuchung nöthig, um zu ermitteln, wie diese in Rechnung zu bringen ist.

Man kann im gewöhnlichen Leben häufig solche pilzförmigen Strömungen beobachten. Wenn man dem Kaffee mit der Spitze des Theelöffels an der Oberfläche einen leisen, kurzen Stoss versetzt, so sieht man sofort zwei Spiralen auftreten, die in ihre kreisförmige Bewegung die Fetttröpfchen mit fortreissen. Diese kleinen Wirbel sind nichts anders als der Durchschnitt der in Fig. 2 abgebildet ist.

Bei Gelegenheit des Endverlaufs der Ströme und Strömungen habe ich noch die schönen Versuche zu erwähnen, die Magnus mit Flüssigkeitsstrahlen anstellte, welche innerhalb einer ruhenden Flüssigkeit strömen*). Seine Untersuchung

*) Pogg. Ann. LXXX, 1.

ist von einem anderen Gesichtspunkte aus geführt, als unsere mehr ins specielle gehende Erforschung der Reibungseinflüsse. Magnus leitete bekanntlich einen Wasserstrahl in eine Salzlösung um zu ermitteln, wie sich die Bewegung der ursprünglich fortgetriebenen Flüssigkeitstheilchen in der sie umgebenden Lösung verbreitete. Er erreichte seinen Zweck durch eine fein ausgesonnene Methode Proben der Flüssigkeit an verschiedenen Stellen des bewegten Theiles derselben aufzufangen, und zeigte so, dass sehr bald nach Austritt des Strahles aus der Ausflussöffnung sich von der Lösung etwas in der axialen Gegend des Stromes vorfand.

Man könnte nun vielleicht glauben, ich hätte in den vorher angestellten Betrachtungen nicht ganz den richtigen Vorgang erschlossen, weil nicht die Rede davon gewesen ist, dass sich im Strome selbst Theilchen der umgebenden Flüssigkeit vorfinden. Doch das geschähe mit Unrecht. Es scheint mir im Gegentheil, als ob der Magnus'sche Versuch meine Schüsse sehr unterstützte. Einmal besteht, wie zur Genüge erörtert worden, der Widerstand, den der Strom empfindet, darin, dass die bewegten Theilchen an die benachbarten, ruhigen Bewegung abgeben müssen, weil sie mit ihnen durch die Molekularbänder verbunden sind, deren Zerrung den absoluten Verlust an lebendiger Kraft bedingt. Diese Mittheilung der Bewegung erzeugt eben den gleichzeitigen Strom der Lösung. Ferner ist aber auf die sehr bald entstehenden Wirbel Rücksicht zu nehmen. Denn sie führen das Innere des Stromes durch die Lösung und vermengen ihn so mit ihr. Daraus geht mit Evidenz hervor, dass, je weiter der Strom gedrungen ist, desto mehr von der umgebenden Flüssigkeit in ihm vorgefunden werden muss.

Mein Versuch mit dem kalten Rauch und der Pipette fällt übrigens im Grunde zusammen mit dem Magnus'schen Versuch; nur mit dem Unterschiede, dass es mir daran lag die Erscheinungen des Stromes an sich zu ermitteln; während Magnus über sein Verhältniss zur ruhenden Flüssigkeit Licht zu verbreiten beabsichtigte.

Diese Gattung von Erscheinungen, die sich im Kleinen so häufig wiederholen, dass man ihrer kaum mehr gewahr wird, gewinnt ein hohes Interesse, sobald man bedenkt,

dass das verheerendste aller Naturphänomene, der Tropenorkan nichts anders ist, als ein nach den obigen Gesetzen entstehender Wirbel. Es ist kaum nöthig zu bemerken, dass die Gesetze ebenso für Gase wie für Flüssigkeiten gelten, indem die Bänder, welche Molekel an Molekel knüpfen, bei den Gasen durch den Druck vertreten werden.

Dove's Theorie der Stürme schliesst sich, bei innerer Folgerichtigkeit, so vollkommen an alle vorhandenen Thatsachen an, dass es im Grunde nicht viel Interesse mehr haben kann, das Einzelne zu erklären. Ich möchte nur allgemein über die Entstehung des Wirbels einige Betrachtungen anstellen.

Es ist gezeigt worden, dass, wenn eine beliebige Strömung erregt wird, sie eine Spirale bilden muss. Ein Luftstrom darf aber nicht, als von Stosskräften erzeugt, angesehen werden, und wird auch nicht in derselben Weise ein Ende nehmen, wie die Bewegung des kalten Rauches, den man aus einer Kautschuckpipette treibt. Er ist vielmehr einem Fluss zu vergleichen, oder dem Rauch, der von der Cigarre selbst aufsteigt, d. h. die Kräfte sind, als in den Theilchen selbst angebracht, zu betrachten. Ein solcher Strom wird jedoch, wenn er in eine ruhige Atmosphäre tritt, grade so einen Wirbel erzeugen müssen, wie irgend eine andere Strömung, denn die angestellten Betrachtungen gelten für ihn ebenfalls, wie man sich leicht überzeugen kann. Nur muss der Fortgang ein anderer sein. Der Wirbel wird sich in der Richtung des erzeugenden Stromes fortbewegen, und der Strom kann neue Drehlinge erzeugen, braucht es aber nicht zu thun. Dies wird von den übrigen Verhältnissen abhängen. Wenn aber die Zugkraft zu wirken aufhört, d. h. wenn der Strom als das Produkt einer Stosskraft anzusehen ist, so nimmt er sein Ende, ganz so wie der Pipettenrauch, in vielen Wirbeln.

Es könnten zwei entgegengesetzte Winde ebenfalls einen Wirbel erzeugen, welcher viel energischer wäre, als der von einem Winde stammende. Er würde anzusehen sein als eine Walze zwischen zwei Platten, die sich in entgegengesetztem Sinne bewegen, und würde fortschreiten im Sinne des stärkeren Windes.

Nöthig ist es aber nicht, zwei Winde anzunehmen, um

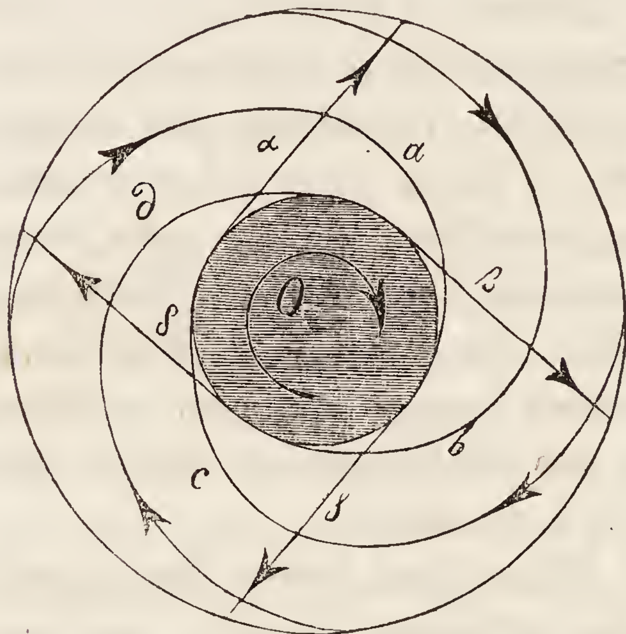
die Energie eines Orkanes erklärlich zufinden. Gehen wir auf die Entstehung des Wirbels zurück, und erinnern wir uns, dass die spiralige Strömung mit der Gewalt, welche die Reibung ihr übrig gelassen, einem mittleren Orte zueilte, aus dem sie gleichsam nicht wieder herauskonnte. Es wurde damals gesagt, sie müsse sich, da sie bewegte Theilchen hinter sich habe, an die übrige Strömung anschliessen, und mit ihr eine drehende Bewegung antreten. Untersuchen wir nun genauer, wie dies geschieht. Einmal ist klar, dass die Theilchen deshalb in der Mitte anlangen, weil ihre centripetale Kraftcomponente immer grösser wird im Verhältniss zur tangentialen. Eine Strömung, welche in Form einer Schneckenlinie gewunden ist, kann man aber betrachten, als aus sehr vielen ähnlichen Spiralen, den Trajectorien der einzelnen Theilchen, bestehend. Diese Spiralen eilen alle demselben Mittelpunkt zu, und man würde ihre einzelnen Lagen successive erhalten, wenn man eine von ihnen um den Mittelpunkt so drehte, dass jeder ihrer Punkte einen Kreis beschriebe.

Nun wollen wir uns der Einfachheit halber den ganzen Wirbel in einem Cylinder eingeschlossen denken, und uns nicht mehr kümmern um das was ausserhalb desselben vorgeht, sondern nur annehmen, der Cylindermantel diene fortwährend den Theilchen der Spiralströmung zum Durchgang auf ihrem Wege nach der Axe hin; und ausserdem seien die Vorgänge an allen Querschnitten gleich, so dass die Betrachtung eines Querschnittes ausreicht.

Da die Spiralen von allen Seiten her im Mittelpunkte des Querschnittes anlangen, so ist dort für jedes Theilchen ein anderes diametral gegenüberliegendes vorhanden, welches eine gleiche und entgegengesetze centripetale Kraftcomponente besitzt. Diese Kräfte müssen sich nothwendig vernichten, und werden in Druck umgesetzt. Ihre tangentiale Componente wird aber nicht zerstört, sondern muss sich mit der Kraft der neu andringenden Theilchen zusammensetzen. Diese besteht wiederum aus einer centripetalen und einer tangentialen. Jene wirkt als Widerstand, erhöht den Druck, hebt die Centrifugalkraft auf, und zwingt die Theilchen Kreise zu beschreiben. Die Tangentialkraft setzt sich als gleichgerichtet mit derjenigen der mittleren Theilchen zusammen, und be-

wirkt, dass sie sich schneller bewegen: denn es setzen sich zwei gleichlaufende Bewegungen unter einem höheren Druck zusammen, gerade so, als ob man in die zwei oberen Enden einer Y-förmigen Röhre bliese; es würde dann im unteren, dritten Ende die Geschwindigkeit fast die doppelte sein. Man hat also im Muttercylinder einen concentrischen Cylinder mit einfacher, aber schnellerer Rotation. In Figur 4 sei *O* dieser Cylinder im Durchschnitt; die Linien *a*, *b*, *c*, *d* bedeuten die Bahnen der Theilchen der Mutterspirale; die Linien α, β, γ, δ sind die tangentialen Tendenzen der Manteltheilchen des inneren Cylinders. Es leuchtet nun ein, dass sich wiederum die tangentiale Geschwindigkeit dieser Theilchen mit derjenigen der andringenden Theilchen der Mutterspirale zusammensetzen muss, wobei ebenfalls die Geschwindigkeit zugleich mit dem Druck erhöht wird, u. s. f., bis durch Absetzen immer neuer, mit wachsender Geschwindigkeit begabten Rotationsschichten auf dem inneren Cylinder endlich der ganze Muttercylinder ausgefüllt ist. Dabei vermindert sich natürlich der Druck in den axialen Theilen des Cylinders und wird erhöht in den Manteltheilen. Denn die Centrifugalkraft der Theilchen wird immer grösser, wegen der zunehmenden Tangentialgeschwindigkeit; während die Centripetalkraft der Theilchen der Mutterspirale keine Veränderung erleidet. Hat nun der concentrische Cylinder den Raum der ganzen Mutterspirale inne, so haben wir einfach einen rotirenden Luftcylinder, ohne weitere Zugabe; und es muss nun in dem axialen Theile desselben sogar eine Luftverdünnung eintreten, wie Dove auch schon gezeigt hat. Begreiflich ist kein Grund zur Neubildung einer Mutterspirale vorhanden, wie man sich leicht überzeugen kann, wenn man auf die Entstehung des Wirbels zurückgeht. In Folge dessen erweitert

Fig. 4.



sich der Cylinder, da die Fliehkraft ungestört fortwirkt, und da das Gefäss, in dem die Natur ihren Centrifugalversuch anstellt, nicht schliesst und nachgiebig ist. Daher beschreiben die Theilchen wieder Centrifugalspiralen, und die ganze Erscheinung dauert nun so lange, bis die Reibung ihr gewohntes Werk vollzogen, und alle Bewegung vernichtet hat.

Fassen wir das Gesagte zusammen, so ergiebt sich, dass nach meiner Theorie die Vorgänge bei einem Orkan in folgender Weise verlaufen. Anfänglich trennt sich ein Theil eines Passatstromes in der beschriebenen Weise ab, aufgehalten durch die angrenzende ruhige Luft. Er kehrt in sich selbst zurück, und fängt sich durch seine eigene Strömung. An einem mittleren Orte angelangt, kann er nicht weiter, und fährt in der einzigen Bewegung fort, die ihm gestattet ist: er rotirt. Gegen diesen rotirenden Kern dringen die später kommenden Theile des Stromes an, bestimmen ihn zu schnellerer Rotation und nehmen, da auch sie nicht weiter können, an der drehenden Bewegung Theil, bis sich dieser im Kern beginnende Vorgang über den ganzen gewundenen Strom erstreckt hat.

Das ist die Periode der Bildung des Orkanes, welche sich durch unruhiges Barometerniveau und unstäte Winde verrathen muss.

Wenn die Rotation in dieser Weise allgemein um sich gegriffen hat, so bildet die abgetrennte Passatspirale einen äusserst schnell rotirenden, axial verdünnten Luftcylinder.

Das ist die Periode, wo der Orkan seine ganze Furchtbarkeit entfaltet. Die barometrischen Symptome sind bekannt.

Darauf erfolgt die Erlahmung der Rotation und bildet die letzte Periode.

Die ganze Folge von Erscheinungen ist identisch mit der, beim Wasserstrudel, wo die Luftverdünnung durch die trichterförmige Einsenkung vertreten ist; und die erzeugte schnellere Rotation hat bei näherer Betrachtung keinen anderen Grund, als die Stromschnellen der Flüsse, dort wo ihr Bette eingeengt wird.

Diese Prinzipien einer Theorie der Strömungen innerhalb einer Flüssigkeit sind, wie man sieht, eben nur aus dem Ro-

hen geschält. Doch, wiewohl sie dienen können manche merkwürdige Erscheinung zu erklären, scheinen sie mir nicht einer exacteren mathematischen Behandlung werth zu sein, wegen ihrer geringen Ausgiebigkeit für die Grundfragen der Physik; obschon man sich wiederum gestehen muss, dass das Problem der Widerstände, an dem so viele ausgezeichnete Köpfe erfolglos ihre Kräfte versucht haben, im Argen liegen wird, so lange die partiellen Bewegungen der Flüssigkeiten nicht auf das genaueste untersucht worden sind, versteht sich, mit Berücksictigung der Reibung.

Die erste und wichtigste hierhin gehörige Aufgabe wäre die: Wir denken uns ein Theilchen einer unendlichen Flüssigkeit mit constanter Geschwindigkeit ohne Rücksicht auf die Widerstände in geradlinie Bewegung versetzt. Durch das Theilchen ist eine Ebene gelegt, die seine Bewegungsrichtung enthält. Letztere mag die X-Axe eines Coordinatenkreuzes sein, dem das Theilchen zum Ausgangspunkt dient, und welches in der Ebene liegt. Es ist zu ermitteln, welche Funktion der Coordinaten x und y der Bewegungszustand der Flüssigkeit (Richtung und Geschwindigkeit) an einem gegebenen Punkt der Ebene sei. Die Aufgabe zerfällt in zwei Theile. Der eine ist die Bestimmung dieses Zustandes für den Anfang der Bewegung; der zweite soll ihn kennen lehren, wenn die Bewegung der Theilchen eine regelmässige geworden ist, also wenn jene Funktion von x und y nicht mehr von der Zeit abhängt. Es versteht sich von selbst, dass der gegebene Punkt der Ebene nur während einer unendlich kleinen Zeitdauer ein und dasselbe Theilchen enthält; aber alle Theilchen, denen er zum Durchgang dient, sind für den zweiten Theil der Aufgabe mit gleichen Geschwindigkeiten beseelt.

II.

Beschreibung und Erklärung der Erscheinung des stillstehenden Tropfens.

Hat man eine Flüssigkeit, die aus zwei Schichten besteht, von denen die untere specifisch schwerer ist, als die obere, und lässt man einen Körper, der schwerer ist als beide, darin fallen, so giebt es ein Verhältniss der drei specifischen Gewichte, für welches der Körper, an der Grenze angelangt, nicht sofort weiter fällt, sondern erst nach Verlauf einiger Sekunden des Stillstandes.

Ist die obere Flüssigkeit Oel, die untere Wasser, so weiss Jedermann, dass manche kleine Körper das Oel nie verlassen, sondern an der Trennungsfläche hängen bleiben; wenn sie auch an specifischem Gewicht beiden Flüssigkeiten sehr überlegen sind, wie z. B. Eisenfeilspähne u. dergl. Hierbei bekleiden sich die Körnchen mit einer beträchtlichen Schicht des dicken zähen Oels, und können so nicht sinken.

Doch das Phänomen, welches ich meine, ist ein ganz anderes. Der Körper braucht nicht etwa klein zu sein, damit die an ihm haftende Schicht der leichteren, oberen Flüssigkeit sein specifisches Uebergewicht über die schwerere, untere vernichte: er kann im Gegentheil so gross, wie man nur wünscht, gewählt werden; und die nähere Beschreibung des darauf bezüglichen Experimentes wird scheinbar jeden Anklang dieser Erscheinung an den bekannten Bodensatz des Oeles beseitigen: scheinbar nur, weil wir uns dennoch gezwungen sehen werden, seine Erklärung aus ähnlichen Beziehungen, wie sie diesem zu Grunde liegen, abzuleiten.

Ich bereitete mir zwei Mischungen von Alkohol und Wasser, die beide leichter waren, als etwas zähes Leinöl; dabei sorgte ich dafür, dass beide Alkohole ein möglichst verschiedenes specifisches Gewicht hatten, und richtete die schwerere Mischung so ein, dass ein Leinöltropfen gerade noch darin fiel. Nun wurde die schwerere Mischung in eine Röhre gegossen, die 1^m Länge und $0{,}03^m$ Durchmesser haben mochte. Sodann brachte ich äusserst vorsichtig mittelst eines Hebers die leichtere Mischung in die Röhre über die schwerere, und überliess die ganze Vorrichtung eine Weile sich selbst, bis die Flüssigkeit sich nicht mehr bewegte, und die Trennungsschicht scharf hervorgetreten.

Darauf ward ein Tropfen Oel in der oberen Flüssigkeit ausgelöst, und seiner Schwere anheimgegeben. Er begann sofort zu sinken, büsste aber dabei seine runde Tropfengestalt ein, und zeigte sich abgeplattet mit senkrechten ellipsenähnlichen, und wagrechten kreisförmigen Durchschnitt. Vermöge des Widerstandes nahm er sehr bald eine gleichförmige Geschwindigkeit an, mit der er der Trennungsschicht beider Mischungen entgegeneilte. Als er sie jedoch erreichte, sank er nicht weiter, sondern prallte davon ab, wie von einem unüberwindlichen Hinderniss; dann blieb er einige Augenblicke bewegungslos mit wiedererlangter Kugelgestalt, und sank darauf, indem er sich von neuem abplattete, in der unteren Flüssigkeit weiter, als wäre er von vorne herein in diese gebracht worden.

So ist die Erscheinung. Man sieht jedoch ein, dass nur das Phänomen des Stillstehens wesentlich ist, und dass das Abplatten u. s. w. in diesem Falle keine Berücksichtigung verdienen. Auch kann man den Versuch eben so gut mit Wachs von einem geeigneten specifischen Gewicht anstellen, und sicherlich nicht minder erfolgreich mit andern festen Körpern, wiewohl ich es bei Oel und Wachs habe bewenden lassen.

Um diese Erscheinung erklären zu können, ist es nöthig, mit aller möglichen Genauigkeit die Vorgänge bei der Bewegung der Körper in den Flüssigkeiten zu zergliedern. Wir wollen dabei vorläufig ganz von der Cohäsion absehen und dieselbe erst späterhin wieder einführen.

Der Bequemlichkeit halber stelle man sich vor, auf die

Oberfläche der Flüssigkeit sei ein Stempel aufgesetzt, weil dann unumschränkt die Relationen 2, 3, 4 etc. des vorigen Aufsatzes stattfinden; ausserdem soll der Körper fest sein.

Sobald er nun sich selbst überlassen ist, wird ein Antheil Schwerkraft ausgelöst und zu den verschiedenartigsten Wirkungen verbraucht. Einmal bewegt er den Körper und dann auch die Flüssigkeit. Wir denken uns den Körper eingeschlossen zwischen zwei Tangentialebenen, die senkrecht sind auf die Richtung der Schwerkraft: so wissen wir aus den Gleichungen 2 und 3, dass wenn Nv die Bewegungsgrösse des Volums des Körpers ist, die Flüssigkeit zwischen jenen beiden Ebenen stets eine mindestens ebenso grosse, aber negative Bewegungsquantität aufzuweisen hat; und wenn die Reibung hinweggedacht wird, so ist jener Werth für die Flüssigkeit und den Körper ganz gleich. Ausserdem aber lehren uns die Differentiationen nach ϑ der Gleichungen 3, und auch die Gleichung 5, dass, wenn der Körper eine Beschleunigung erfährt, in der Flüssigkeit eine genau gleich grosse, entgegengesetzte vor sich gehen muss; und dass wenn der Körper still hält (unter der Voraussetzung, dass die Bewegungsquantität des Flüssigkeitsvolums der des Körpervolums gleich sei), auch die Flüssigkeit ihre Bewegung einstellen muss.

Es ist nun zu bedenken, dass die Flüssigkeit fort und fort, aus dem Zustand der Ruhe tretend, in Bewegung geräth. Der ausgelöste Antheil Schwerkraft ist aber nur eine bestimmte Arbeitsgrösse in der Zeiteinheit zu verrichten im Stande. Da er nun in Beziehung auf die Flüssigkeit eine immer grössere Arbeit verrichtet, so folgt, dass eine Zeit kommen muss, wo diese seine ganze Arbeitskraft in Anspruch nimmt, und für den sinkenden Körper kein Geschwindigkeitszuwachs mehr abfällt. Dann bewegt er sich gleichförmig weiter, und der ganze Antheil Schwerkraft wird verbraucht, um die Hindernisse, die sich seiner Bewegung entgegensetzen, zu beseitigen.

Das ist alles, was man bis jetzt über den Widerstand sagen kann. Auf die sich weiter aufdringende Frage, wie das Verhältniss zwischen der lebendigen Kraft des Körpers und derjenigen der Flüssigkeit beschaffen sei, ist bis jetzt auch nicht entfernter Weise eine Antwort erfolgt. Wir kön-

nen daher beide auch nicht trennen, und müssen forschen, woher es komme, dass unter den angegebenen Umständen die lebendige Kraft, welche der ausgelöste Antheil Schwerkraft innerhalb der Röhre erzeugt hat, Null werde.

Untersuchen wir nun in dieser Absicht die Vorgänge bei der Bewegung des Körpers, und stellen wir uns einfach vor, er zeige bereits, wenn er die Grenze erreicht, eine unveränderliche Geschwindigkeit, während die Grenze vorläufig eine Ebene sein mag, welche genau die beiden Flüssigkeiten trennt: so ist klar, dass wenn die Bewegung des Körpers während eines bestimmten Wegstückes vernichtet wird, eine Kraft auf ihn in entgegengesetztem Sinne gewirkt haben muss, welche im Stande gewesen wäre, ihm längs dieses Wegstückes seine anfängliche lebendige Kraft zu ertheilen, wenn sie ihn am Ende des Weges in der Ruhe angetroffen hätte.

Es sei nun N das Volum des Körpers, ϱ seine Dichte, ϱ_1 die der oberen, ϱ_2 die der unteren Flüssigkeit, und g die Schwere, so ist $Ng\,(\varrho - \varrho_1)$ der ausgelöste Antheil Schwerkraft, wenn der Körper in der oberen Flüssigkeit sich selbst überlassen wird. Befindet er sich aber in der unteren, so wirkt auf ihn die Kraft $Ng\,(\varrho - \varrho_2)$. L sei ferner die lebendige Kraft innerhalb der Röhre, wenn der Körper gerade mit seinem äussersten Punkte die untere Flüssigkeit berührt, und L_1 sei diejenige lebendige Kraft, welche dem Augenblick entspricht, wo der Körper eben ganz in die untere Flüssigkeit eingetreten ist. Es ist klar, dass die Vorgänge, durch deren Vermittelung das Phänomen zu Stande kommt, zwischen diesen beiden Zeiten eintreffen müssen; denn vorher bewegt er sich nur unter dem Einflusse der Kraft $Ng\,(\varrho - \varrho_1)$ und nachher ist nur die Kraft $Ng\,(\varrho - \varrho_2)$ thätig.

Er sei mit dem Stück n in die untere Flüssigkeit eingetreten, so wirkt nun direkt auf ihn die Kraft:

$$(N - n)\,g\,(\varrho - \varrho_1) + ng\,(\varrho - \varrho_2)$$

Aber ausserdem wird dabei noch eine Quantität n der unteren Flüssigkeit über ihr Niveau in die obere hineingedrängt; daher muss man von dieser Kraft in Abzug bringen den Antheil $ng\,(\varrho_2 - \varrho_1)$. Die nun auf ihn wirkende Kraft wird demnach so ausgedrückt:

$$Ng\,(\varrho - \varrho_1) - 2ng\,(\varrho_2 - \varrho_1)$$

und, sobald der Körper ganz in die untere Flüssigkeit getaucht ist, ist die Kraft gleich:

$$Ng\ (\varrho + \varrho_1 - 2\varrho_2)$$

was sehr wohl negativ sein kann.

Nun lautete die Kräftegleichung des vorigen Aufsatzes:

$$\tfrac{1}{2} L_{0,\vartheta_0} = R_{0,\vartheta_0} - F_{0,\vartheta_0} - H_{0,\vartheta_0}$$

Lassen wir die zwei letzten Glieder fort (es wurde ja weiter oben bemerkt, dass wir die Cohäsion vorläufig unberücksichtigt lassen wollten; auch findet keine Niveauveränderung statt) und setzen wir statt der Zeitgrenzen die Weggrenzen 0, r_0 ein, so erhalten wir erst allgemein:

$$\tfrac{1}{2} L_{0,r_0} = R_{0,r_0}$$

und dann specieller:

$$\tfrac{1}{2}\ L_1 - \tfrac{1}{2}\ L = \int_0^{r_0} [Ng(\varrho - \varrho_1) - 2ng(\varrho_2 - \varrho_1)]\ dr =$$

$$Ng\ (\varrho - \varrho_1)\ r_0 - 2g\ (\varrho_2 - \varrho_1) \int_0^{r_0} ndr\ .\ .\ .\ .\ .\ I$$

Soll nun am Ende des Weges r_0 alle Bewegung aufhören, so muss $\frac{1}{2}\ L_1 = 0$, der Ausdruck rechter Hand aber negativ und gerade so gross wie $\frac{1}{2}\ L$ sein. Untersuchen wir, ob dies möglich ist.

Es mag der Körper zuerst cylinderförmig gedacht werden, und seine Axe soll mit der Trajectorie seines Schwerpunktes zusammenfallen: dann verrichtet sich die Integration rechter Hand sehr leicht, und man erhält, wenn G die Grundfläche des Cylinders ist:

$$\tfrac{1}{2}\ L_1 - \tfrac{1}{2} L = Gg\ (\varrho - \varrho_2)\ .\ r_0^2 = Ng\ (\varrho - \varrho_2)\ .\ r_0$$

Dieses Resultat, welches später discutirt werden soll, gilt aber nicht allein für den Cylinder, sondern, wie sich sofort vermuthen lässt, für Körper, die, symmetrisch an beiden Seiten einer durch sie gelegten Ebene, sonst eine beliebige Gestalt haben können, wenn die Richtung ihrer Bewegung nur auf diese Ebene normal ist. Um dies zu zeigen, muss nachgewiesen werden, dass die Formel:

$$\int_0^{r_0} ndr = \tfrac{1}{2}\, r_0\, N$$

stets richtig ist für Volumina, die symmetrisch sind in Beziehung auf eine Ebene, welche die Linie r_0 halbirt, und darauf senkrecht steht, wie immer übrigens diese Volumina begrenzt sein mögen, d. h. welches auch die Gestalt der Funktion n

zwischen n_0 und $n_{\frac{1}{2}r_0}$ sei, während über ihren Lauf längs des Abscissenstückes $\frac{1}{2}$ r_0 bis r_0 verfügt ist. Es soll n wieder das Stück des Volums N sein, welches eine Ebene abschneidet, längs deren Normalen der Körper sich fortbewegt; so dass $n = \frac{1}{2}N$ ein Specialwerth der Funktion n ist, welcher der Lage der Ebene für $r = \frac{1}{2}r_0$ entspricht.

Wir zerspalten nun das Integral $\int_0^{r_0} ndr = S$ in seine Elemente und erhalten so:

$$S = dr\,[n_{dr} + n_{2dr} + n_{3dr} + \text{etc.} + n_{r_0-2dr} + n_{r_0-dr} + n_{r_0}]$$

wo die Indices den jedesmaligen Werth des Arguments bedeuten. Man sieht nun ein, dass jedes n das vorhergehende enthält, vermehrt durch das Stück des Volums N, welches zwischen der Ebene in der Entfernung r, und der Ebene in der Entfernung $r + dr$ vom Punkte $r = 0$ liegt. Dieser Zuwachs von n soll allgemein v genannt werden. Es besteht dann das Volum N aus solchen aufeinanderfolgenden v und es mögen deren p vorhanden sein, so dass man hat:

$$N = v_1 + v_2 + v_3 + \text{etc.} + v_{p-2} + v_{p-1} + v_p$$

daraus folgt dass $n_{dr} = v_1$, $n_{2dr} = v_1 + v_2$, $n_{3dr} = v_1 + v_2 + v_3$, ... $n_{r_0-2dr} = v_1 + v_2 + \ldots + v_{p-2}$, etc. Hieraus erhält man wieder:

$$S = dr \begin{cases} \quad v_1 \\ + v_1 + v_2 \\ + v_1 + v_2 + v_3 \\ \quad + \text{etc.} \\ + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_{p-1} \\ + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_{p-1} + v_p \end{cases}$$

oder:

$$S = dr\,[pv_1 + (p-1)\,v_2 + (p-2)\,v_3 + \text{etc.} \\ + 3v_{p-2} + 2v_{p-1} + v_p]$$

Die Symmetrie des Körpers bringt es aber mit sich, dass $v_1 = v_p$, $v_2 = v_{p-1}$, $v_3 = v_{p-2}$, etc. sei. Es ist also auch:

$$S = dr\,[v_1 + 2v_2 + 3v_3 + \text{etc.} + (p-1)\,v_{p-1} + pv_p]$$

Durch Addition dieser beiden Werthe von S ergiebt sich:

$$2\,S = dr\,(p+1)\,N$$

Da nun offenbar $p = \frac{r_0}{dr}$ ist, so hat man:

$$S = \int_0^{r_0} ndr = \tfrac{1}{2}r_0\,N$$

Die Formel: $\frac{1}{2}L_1 - \frac{1}{2}L = Ng\ (\varrho - \varrho_2)\ r_0$ ist also richtig für alle in der beschriebenen Weise symmetrischen Körper. Sie bedeutet folgendes. Wenn der Körper bis zur unteren Flüssigkeit gelangt ist, so bewegt er nun weiter, als ob er von dem Momente an, wo sein äusserster Punkt sie eben nur berührt, ganz von ihr wäre eingehüllt worden.

Dies lehrt die Rechnung, wenn man die Reibung unbeberücksichtigt lässt.

Die Erfahrung, nämlich der obige Versuch, zeigt aber ein ganz anderes Verhalten des untersinkenden Körpers; und daraus geht eben hervor, dass das Phänomen aus irgend einer Einwirkung der Cohäsion entsteht, und dass man folglich gezwungen ist Rücksicht auf sie zu nehmen, wenn man es erklären will.

Es ist schon mehrfach darauf aufmerksam gemacht worden, dass die Cohäsion zur Folge hat eine Ausdehnung des Bewegungszustandes über einen grösseren Theil der Flüssigkeit, als der ursprünglich von der Bewegungsursache getroffene. Für unsere Zwecke giebt es sogar keinen andern Unterschied zwischen dem festen und flüssigen Zustande, als der im früheren Aufsatze bereits hervorgehobene: dass nämlich bei der Verrückung eines Theilchens die Summe der gleichzeitigen Verschiebungen der benachbarten Theilchen bei den festen Körpern grösser ist, als bei den flüssigen. Und darin besteht eben die Schwierigkeit einer exakten Hydrodynamik, dass zu ermitteln wäre, wie gross die Flüssigkeitsmenge ist, die man bewegt, wenn man ein einzelnes Theilchen zu verschieben glaubt.

In unserm Falle ist nun die Erklärung des Phänomens ohne Schwierigkeit aus diesen Betrachtungen abzuleiten. Es ist wiederum durchaus gleichgültig, ob wir das Glied F_{0,r_0} der Kräftegleichung mit in die Betrachtung aufnehmen wollen, oder nicht. Da es nur den absoluten Verlust an Schwerkraft bedeutet, d. h. denjenigen Antheil, welcher keine lebendige Kraft erzeugt, so erhellt, dass, wenn die Erscheinung des stillstehenden Tropfens erklärt ist ohne Berücksichtigung des Gliedes F_{0,r_0}, sie erst recht erklärt sein wird, wenn man es hinzuzieht; denn als Minuendus gegenüber dem Gliede K_{0,r_0},

würde es uns ja unserem Ziele, die rechte Seite der Kräftegleichung negativ zu machen, näher führen.

Was wir aber untersuchen wollen, ist die Vertheilung der lebendigen Kräfte innerhalb der Röhre. Wir hatten angenommen, es gebe nur einen Strom der in jedem horizontalen Querschnitt gleichwerthig sei mit dem Volum des Körpers, welches im Zeitdifferential den Querschnitt passirt. Man bedenke aber, dass der Körper bei seiner Bewegung adhärirende Flüssigkeit mit sich reisst; diese zieht wieder andere nach sich, und so entsteht ein secundärer Strom, der einen gleich grossen, entgegengesetzten fordert. Hierdurch geht etwas von dem Nutzeffekt der Kraft verloren, da, wie man weiss, die lebendige Kraft in bestimmter Menge vorhanden ist, und getheilt werden muss in die Bewegung des Körpers — den Nutzeffekt — und die Bewegung der Flüssigkeit — die schädliche Wirkung.

Dieser Bewegungszustand der Flüssigkeit, welcher zum Kern den fallenden Körper hat, steigt die Röhre hinab, und gelangt so zur Trennungsschicht, wo er Modifikationen erleiden muss. Ist wiederum das Volum n des Körpers unter dieselbe getreten, so wird zugleich ein bestimmtes Volum m der oberen in die untere, und eben so viel von der unteren in die obere Flüssigkeit fortgerissen: es kommt demnach von der wirkenden Kraft dann noch das Glied $2mg\,(\varrho_2 - \varrho_1)$ in Abzug, das in Bezug auf r längs des ganzen Weges r_0 zu integriren ist.

Nun leuchtet ein, dass das Phänomen erklärt ist, wenn man annimmt, die Grösse $2g\,(\varrho_2 - \varrho_1) \int_0^{r_0} m dr$ reiche aus, um als Minuendus die rechte Seite der Gleichung (I) negativ und $= \frac{1}{2}L$ zu machen. Abgesehen davon, dass keine andere Herleitung der Erscheinung denkbar ist, hat jene Annahme viel Wahrscheinliches. Man sieht, dass es darauf ankommt, die Differenz $\varrho_2 - \varrho_1$ recht gross zu machen gegenüber der Differenz $\varrho - \varrho_2$; und, indem $\varrho - \varrho_1$ möglichst klein gewählt wird, auch L, (der lebendigen Kraft in der Flüssigkeit, bevor der fallende Körper in die Grenzebene getreten) eine geringe Grösse zu geben. Da m eine Funktion ist, über die

wir nichts wissen, so gestatten wir uns freilich die Annahme, für die wir durchaus keinen Beweis haben, dass die fortgeführte Flüssigkeitsmenge beträchtlich genug sei, um den Ausdruck: $\int_0^{r_0} mdr$ in Verbindung mit den übrigen Faktoren des Subtrahendus um das Stück $\frac{1}{2}L$ grösser zu machen als den Ausdruck $Ng\ (\varrho - \varrho_2)\ r_0$. Man begreift aber leicht, dass eine solche Strömung wohl bestehn kann. Denn einmal treibt der Körper immer etwas Flüssigkeit vor sich her, dann zieht er solche nach, und es scheint mir höchst wahrscheinlich, dass die in Bewegung versetzte Flüssigkeitsmenge zwischen den beiden horizontalen Tangentialebenen die an die äussersten Punkte des Körpers gelegt sind, ein grösseres Volum hat, als der Körper selbst, abgesehen natürlich von der Strömung, die, von der Bewegung des Körpers gefordert, bereits in Rechnung gebracht ist, und deren Volum zwischen jenen beiden Ebenen eine ebenso Bewegungsquantität als das Volum des Körpers hat. Wenn man übrigens die gleichzeitige Bewegung einer staubigen Flüssigkeit beobachtet, während ein Körper darin fällt, so sieht man auch, dass diese sehr beträchtlich ist.

Ich halte somit die Erscheinung für genügend erklärt, und möchte nur noch einige Bemerkungen hinzufügen.

Um die fortgeführte Flüssigkeit beobachten zu können, färbte ich die obere Mischung mit Carmin und liess die untere farblos. Es war an der Grenze beider natürlich eine Uebergangschicht. Man nahm nun, als der Tropfen ankam und still hielt, kaum eine leise Fluctuation wahr. Dies scheint auf den ersten Blick gegen die obige Erklärung zu sprechen: denn es scheint nach ihr, als hätte man deutlich die entgegengesetzten Strömungen wahrnehmen müssen. Ich glaube aber, dass dem nicht so ist; dass vielmehr der Gedanke eine der Schichten zu färben, um diese Strömungen zu beobachten, ziemlich verfehlt zu nennen ist: da immer zwei entgegengesetzte Ströme stattfinden, so war auch hier für jeden Querschnitt der Uebergangsschicht ein hellerer Strom in dem einen, ein gefärbterer Strom in dem anderen Sinne, wodurch es sich erklärt, dass man durch die Röhre hindurch blickend,

keine merkliche Intensitätsveränderung der Färbung wahrnehmen konnte. Zweitens ist noch zu bemerken, dass wenn ich stets von einer Grenzebene der beiden Mischungen gesprochen habe, dies freilich eine Ungenauigkeit ist, denn im günstigsten Falle bringt man es nur zu einer ziemlich dünnen Uebergangsschicht.

Doch es wird dadurch wenig an der Sache geändert. Wenn die Uebergangsschicht von hinreichend geringer Mächtigkeit ist, so braucht man sich nur eine Horizontalebene durch die Flüssigkeit gelegt zu denken, dort, wo die Uebergangsschicht beginnt, und sich vorzustellen, die Dichtigkeit dieser Schicht sei das Mittel aus allen Dichtigkeiten, welche ihren Querschnitten zukommen von jener Ebene an bis zur Tiefe des vertikalen Durchmessers des Körpers. Nun kann man die obige Entwickelung darauf anwenden, und dann wieder dieses Mittel vergleichen mit einem nächstfolgenden, u. s. f. Dann ergiebt sich, dass für eine nicht zu grosse Dicke der Uebergangsschicht die Verhältnisse fast dieselben bleiben; während, wenn der Uebergang von der Dichtigkeit der oberen zu der der unteren Flüssigkeit sehr allmählig stattfindet, andere complicirte Verhältnisse auftreten, deren Erörterung wenig Interesse darbieten dürfte. Die Erfahrung lehrt übrigens, dass im letzteren Falle das Phänomen des stillstehenden Tropfens nicht mehr stattfindet, sondern nur eine Verlangsamung seiner Bewegung sichtbar ist.

Man übersieht nun auch sofort den Grad der Verwandtschaft dieser Erscheinung mit der des Bodensatzes im Oele: Es sind nämlich beide im Grunde identisch, bis auf den Unterschied, dass der sinkende Tropfen Strömungen erzeugt, die ihn aufhalten, während der Bodensatz des Oeles nicht sinken kann, vermöge der Oelschicht die ihn bekleidet.

Schliesslich hebe ich noch hervor, dass, wenn diese Erscheinung in der Beschreibung vielleicht wenig auffallendes besitzt; es auf den Augenzeugen jedenfalls einen sonderbaren Eindruck macht zu sehen, wie ein Körper, scheinbar ohne Grund, seine Bewegung in einer vollkommen klaren Flüssigkeit unterbricht, um sie sogleich wieder fortzusetzen; zumal wenn man erwägt, dass er überall schwerer ist, als die Flüssigkeit die er verdrängt. Und eben dieses Auffallende des Phäno-

mens mag der etwas umständlichen Erklärung zur Entschuldigung dienen.

Der Versuch gelingt stets, bei schicklicher Wahl der drei Dichtigkeiten ϱ, ϱ_1, ϱ_2. Man erinnert sich, dass ausgemacht wurde, $\frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho - \varrho_2}$ müsse möglichst gross, $\varrho - \varrho_1$ möglichst klein gewählt werden, wobei aber natürlich keine der Differenzen Null oder negativ sein darf.

III.

Beschreibung und Erklärung der Erscheinungen der Ausbreitung, Vertreibung, etc.

Vor einiger Zeit bemerkte ich, wie ein Tropfen Alkohol, auf eine Oelschicht von geringer Mächtigkeit gebracht, sich dort schnell ausbreitet, bis er so dünn ist, dass die Newton'schen Farbenringe auftreten; zugleich erzeugt er eine tellerförmige Vertiefung, die erst mit der letzten Spur des Alkohols verschwindet. Das Räthselhafte dieses Phänomens bewog mich seinem Grunde nachzuforschen; und in Folgendem theile ich die Resultate dieser Untersuchung mit. Da jedoch der Grundversuch, der den ursächlichen Zusammenhang der Erscheinung entdecken lässt, wenig mit dem einfachen angeführten Experiment gemein hat, so glaube ich dessen Modikationen, wie sie mich auf jenen Versuch führten, auseinandersetzen zu müssen.

Bringt man in einen dunkelen Teller eine Oelschicht von etwa 8 Millimeter Dicke, und legt darauf einen Tropfen Alkohol, so sieht man, während er sich ausbreitet, eine Vertiefung von einem Millimeter ungefähr entstehen. Dasselbe zeigt sich, wenn man statt des Alkohol einen Aether anwendet, und bei etwas geringerer Dicke des Oeles, auch bei Terpentin. Der Alkohol hebt sich bis ans Ende der Erscheinung scharf vom Oele ab, während der Fleck der Ausbreitung des Aethers und des Terpentins nur schwach sichtbar ist. Der Durchmesser des Alkoholfleckes beträgt 3 bis 4 Centimeter, der des Aethers und Terpentins etwa die Hälfte. Leinöl, Rüböl, Provenceröl, Mohnöl, Baumöl habe ich als

Grundschicht benutzt, und alle zeigten die Erscheinung in gleicher Weise.

Wurde nun, bei übrigens ungeänderten Bedingungen, mit Oelschichten von wechselnder Dicke experimentirt, so ergab sich, dass, wenn diese dass Maass von 8 Millimeter überstieg, zuerst der Alkohol, und dann der Aether keine Vertiefung mehr erzeugten, wohl aber sich noch mit ungeschwächter Intensität ausbreiteten. Liess man dagegen ihre Dicke abnehmen bis gegen 3 Millimeter und darunter, so nahm die Vertiefung immer zu, bis eine bestimmte Niedrigkeit der Oelschicht erreicht war, wo diese von der aufgetropften Substanz durchbrochen wurde, welche nunmehr das Oel vor sich hertrieb, und den Boden überzog, als wäre er trocken gewesen.

Diese beiden Grenzerscheinungen, die rasche Ausbreitung des Alkohols ohne Vertiefung, und die Vertreibung des Oeles auf dem Boden, seitens des Alkohols, sind wohl schon früher bekannt gewesen; nur eben nicht als Grenzerscheinungen, gehörig zur Kette der Phänomene, welche man beobachtet, wenn man auf Oelschichten von variirender Dicke Tropfen der erwähnten Substanzen aufträgt. Es ist übrigens schon an der Zeit zu bemerken, dass die Tiefe der Eindrückung zunimmt bei gleich dicker Oelschicht mit der Flüchtigkeit der Substanzen die man anwendet, um sie hervorzubringen. — Wird nun der Versuch so modificirt, dass man statt des festen Bodens, den man der Oelschicht im Teller giebt, eine Flüssigkeit wählt, so macht man Beobachtungen die sofort beschrieben werden sollen.

Man nimmt dazu ein grosses klares Becherglas, füllt Wasser hinein, und giesst Oel darauf, bis die Schicht die geeignete Dicke von nicht ganz einem Centimeter hat. Der darauf gebrachte Tropfen erzeugt abermal eine Vertiefung wie im Teller, und man kann nun wieder Oelschichten von verschiedener Mächtigkeit anwenden. Wiederum fängt bei einer gewissen oberen Grenze jegliche Vertiefung zu verschwinden an; bei einer unteren aber wird das Oel durchbrochen, und der Alkohol oder der Aether überzieht das Wasser mit einer seltsam gekräuselten Oberfläche in dem Loch, das er gebohrt hat.

So weit scheint das Phänomen ganz dasselbe geblieben

zu sein, freilich unter etwas veränderten Umständen. In Wahrheit kommt jedoch ein neues, viel merkwürdigeres hinzu. Stellt man nämlich das Auge so, dass es zwischen der Oberfläche und der Grundfläche des Oels hindurch blicken kann, so dass man beide Flächen zugleich beobachtet, und thut nun einen Tropfen Aether oder Alkohol darauf, so sieht man Folgendes: Die mehrfach erwähnte Vertiefung erscheint im Querschnitt; aber sobald der Tropfen auf das Oel gelangt, erhebt sich das Wasser von unten her, tritt an der Ausbreitungsstelle beulenartig in das Oel hinein, und erhält sich in diesem gehobenen Zustand, bis die letzte Spur des Tropfens verschwunden ist. Dieser Wasserberg, der in das Oel hineinragt, hat viel mehr senkrechten Durchmesser wie die obere Vertiefung; und der Querschnitt der ganzen Erscheinung ist in Fig. 5 dargestellt. *AA* ist das Oel, *B* das Was-

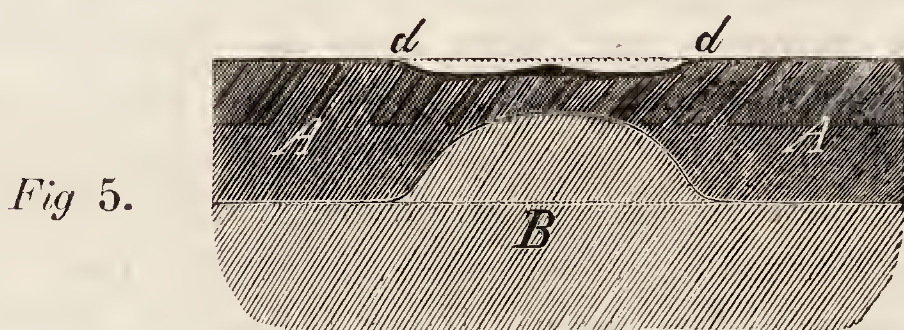


Fig 5.

ser, *dd* der horizontale Durchmesser der Ausbreitung, der ein wenig grösser ist, als der der Vertiefung.

Wenn man Aether zum auftropfen wählt, ist die Erscheinung am auffallendsten. Bei der beträchtlichen Dicke der Oelschicht von einem Centimeter steigt die Wasserbeule ganz plötzlich in die Höhe, so bald das Oel nur mit dem Aether benetzt wird, und nicht selten durchbricht das Wasser von unten her in Gestalt eines umgekehrten Trichters die Schicht, um sich mit dem Aether zu vereinigen; worauf es dann allmählig zu seinem alten Niveau zurücksinkt.

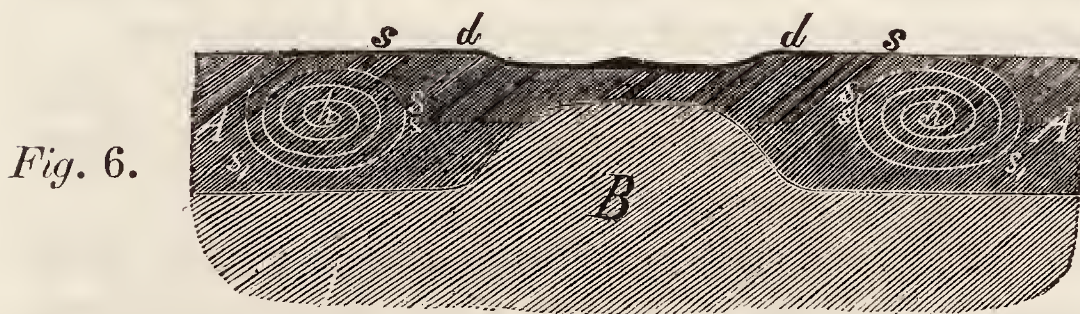
Er ist hier wieder ganz gleichgültig welches Oel man wählt, und je nach ihrer Flüchtigkeit zeigen die aufgetropften Substanzen die Erscheinung stärker oder schwächer.

Nun ist es sehr verlockend das Ganze für ein statisches Phänomen zu halten. Die Wasserbeule ist so ruhig, die obere Vertiefung hält so umgestört an, dass es täuschend den

Eindruck macht, als wäre eine Anziehung zwischen der aufgetropften Substanz und dem Wasser im Spiele, die erst zu wirken aufhörte, wenn diese durch Verdunstung vom Schauplatz gewichen wäre. Doch noch schärfere Beobachtung zeigt, dass das Phänomen dynamischer Natur ist.

In der That, bedient man sich zum Versuch ein wenig getrübten Oeles, und fasst es, während der Ausbreitung des Tropfens scharf ins Auge, so gewahrt man, dass nach einiger Zeit sich sonderbare Linien im Oel gebildet haben. Von dem Centrum der Ausbreitung gehen nämlich in centrifugaler Richtung Streifen aus von anderer Brechbarkeit wie das Oel, die sich bis etwas über die Peripherie des Fleckes erstrecken. Hier wenden sie sich nach unten, kehren am Grund zurück, steigen wieder auf, ziehen sich dann unter ihrem oberen Theile in centrifugaler Richtung hin, senken sich, u. s. f., so dass sie den Anblick des Durchschnittes einer abgeplatteten Papierrolle darbieten, die kreisförmig umgebogen ist, und deren Enden aneinandergefügt sind. Bei der Beobachtung stellt man natürlich das Auge so, dass man die Projektion der Schicht auf eine Vertikalebene zu sehen bekömmt. Das Bild, was man dann erhält, mag Fig. 6 veranschaulichen.

Fig. 6.



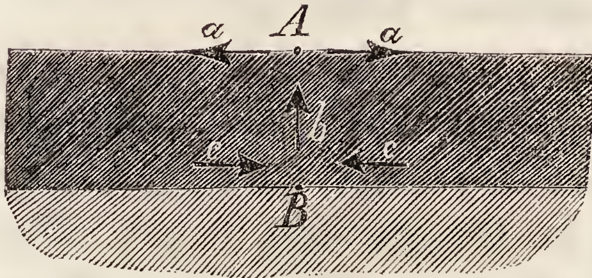
AA ist wiederum das Oel, *B* das Wasser, *dd* der Durchmesser der Ausbreitung, s, s_1, s_2, . . . h sind die Streifen. Während der Ausbreitung sind sie immer in Bewegung und zwar in der Richtung dss_1s_2h.

Aus diesen Linien erklärt sich die Entstehung der Vertiefung und der Beule.

Wir wollen nämlich vorerst schlechtweg annehmen, dass in der aufgetropften Substanz irgend ein Grund vorhanden sei, weshalb sie sich auf einer beweglichen Unterlage so ausbreitet, dass sie diese in centrifugaler Richtung mit sich fortreisst.

Dann lässt sich folgender Hergang erschliessen. Sei A (Fig. 7) der Punkt der Oberfläche wo der Tropfen aufgetragen ist, so wird die Oberfläche im Sinne der Pfeile a, a vertrieben, und muss ersetzt werden. Dies kann offenbar nur von unten her geschehen. Es wird folglich Oel im Sinne des Pfeiles b zuströmen. Dadurch wird der Grundfläche bei B Oel entzogen, und neues zum Ersatze herbeigeführt längs der Pfeile c, c. Man stelle sich nun vor, der Versuch sei so hergestellt, dass die Oberflächenveränderungen und die Strömungen in hydrodynamisches Gleichgewicht treten, was man auf folgende Weise bewirkt: Das Glas, in welchem sich Wasser und Oel befinden, wird in ein Wasserbad gestellt, und dieses etwa auf der Temperatur des kochenden Alkohols erhalten. Nun tropft man die Flüssigkeit nicht auf, sondern befestigt unmittelber über dem Oel eine fein ausgezogene Pipette, aus welcher der Alkohol allmälig und ziemlich gleichmässig rinnt. Wenn der Versuch so eingerichtet ist, kann man Vertiefung und Strömungen ausserordentlich lange erhalten und beobachten.

Fig. 7.



Stellen wir nun die Erklärung so allgemein wie möglich auf, damit sie im Stande sei, alle Modificationen dieser Erscheinungen zu umfassen.

Es sei an der Oberfläche einer Flüssigkeit eine Kraft thätig, welche beschäftigt ist, einen Theil dieser Oberfläche zu verschieben, d. h. die Flüssigkeit, die dort ist, auf eine andere Stelle überzuführen; so werden wir zweierlei Effekte dieser Kraft zu berücksichtigen haben. Einmal verändert sie die horizontalen Coordinaten der Flüssigkeitstheilchen: diesen ihren Antheil wollen wir übergehen. Aber, indem sie irgend ein Stück der Oberfläche verschiebt, raubt sie offenbar dem Orte, wo dies Stück anfänglich war, die Oberfläche, und würde, wäre die Flüssigkeit unbeweglich, das Niveau erniedrigen, um es zu erhöhen an der Stelle, wo das Stück hingeführt wird. D. h. die Kraft ist bestrebt die Theilchen in verticaler Richtung zu verrücken.

Ist sie nun unaufhörlich in dieser Weise thätig, so hat man zu ermitteln, ob sich, da die Flüssigkeit ja beweglich ist, die Niveauveränderung continuirlich ausgleicht, oder nicht. Und da müssen wir zu dem bekannten Mittel greifen, die Continuität als Discontinuität aufzufassen, uns nämlich vorzustellen, die Kraft nehme in Zeitintervallen die Oberfläche hinweg. Dann ergiebt sich, dass, wenn zwischen je zwei Eingriffen der Kraft der hydrostatische Druck Zeit hat, die Gleichgewichtsstörung zu beseitigen, der Spiegel nicht verändert wird; im entgegengesetzten Falle aber (wenn die Intervalle sich viel kürzer gestalten) muss das Niveau an der einen Stelle höher werden, wie an der andern; weil angenommen ist, dass dann die gedachte Kraft die Fortführung der Flüssigkeit schneller vollzieht, als die Schwere im Stande ist, eine Niveauausgleichung zu bewerkstelligen.

Nun kann man sich der Bequemlichkeit halber denken, die beraubte und die empfangende Stelle der Oberfläche seien die freien Flächen der Flüssigkeit in zwei communicirenden Röhren; und man sieht ein, dass der erhöhte Druck in eben dem Maasse das Niveau wieder herstellen wird, als die Kraft störend einwirkt, wenn sie nämlich eine gewisse Intensität nicht übersteigt.

Es ist aber noch auf die Cohäsion Rücksicht zu nehmen. Die Reibung kennen wir als eine solche Funktion der Geschwindigkeit, die für gleichmässig wachsende Werthe des Arguments anfänglich sehr klein ist, und dann höchst wahrscheinlich schneller wächst als dieses. Wenn demnach die Kraft, welche die Oberfläche der Flüssigkeit verschiebt, sehr klein ist, so wird sie keine Störung des Spiegels bewirken. Ist sie aber so gross, dass die Reibung dem Ersetzungsstrom einen beträchtlichen Widerstand entgegensetzt, so wird offenbar an der beraubten Stelle eine Vertiefung, an der empfangenden eine Erhöhung zu sehen sein, wenn ohne Reibung die Ausgleichung vielleicht noch vollkommen gewesen wäre. Daraus folgt, dass für gleich schnelle Verschiebung der Oberfläche zähere Flüssigkeiten eher eine Niveaudifferenz zeigen müssen, wie leicht bewegliche. Wir haben also in der Reibung auch ein Mittel, selbst für eine geringe Intensität jener

Kraft, sofort die Niveauveränderung eintreten zu lassen; es ist nämlich nur nöthig den Ersetzungsstrom zu hemmen.

Diese Kraft wird in den Versuchen, welche den Gegenstand unserer Untersuchung bilden, vertreten durch die Ausbreitung des Tropfens, indem dadurch der Oberfläche an einer Stelle Oel entzogen, und der Umgebung zugeführt wird.

Wir sind gezwungen anzunehmen, dass die Ausbreitung auf einer dicken Oelschicht nicht hinreichende Wirksamkeit besitzt, um eine Niveaudifferenz zu erzeugen: dass vielmehr der hydrostatische Druck jedem unendlich kleinen Zuwachs sofort Gehorsam verschafft, und die beraubte Stelle für die entzogene Flüssigkeit schadlos hält.

Bei einer Oelschicht von geringer Mächtigkeit gestalten sich jedoch die Verhältnisse ganz anders. Nehmen wir vorerst an, der Boden sei fest.

Der Ausbreitung des Tropfens stehen nämlich durchaus keine Hindernisse entgegen, wenigstens nur solche, die in demselben Maasse bei der dicken Oelschicht vorhanden waren. Aber, wenn die Ausbreitung nicht gehindert wird, so empfindet nun der Ersetzungsstrom die Reibung desto mehr, denn er muss den Boden streifen, wie ich schon weiter oben gezeigt habe; ausserdem aber hat er weniger Raum und ist deshalb gezwungen eine grössere Geschwindigkeit anzunehmen, wodurch die Reibung auch vermehrt wird. Das alles reicht jedenfalls hin, um eine Niveaudifferenz hervorzurufen.

Es ist kaum nöthig zu bemerken, dass in dem Experiment mit dem heissen Oel und der Pipette die Ausbreitung eine constante Kraft ist; und dass, nach Herstellung dynamischen Gleichgewichts und dauernder Vertiefung, der peripherisch erhöhte Druck genau die Reibung des Ersetzungsstromes zu überwinden hat, indem er ihm in jedem Zeittheilchen soviel an Geschwindigkeit hinzufügt, als jene hinweggenommen.

Ist der Boden flüssig statt fest, so wird die Vertiefung schwach sein, was sich dadurch erklärt, dass, ähnlich wie bei einer dicken Oelschicht, das Wasser am Ersetzungsstrome Theil nimmt. Seine Theilnahme bekundet sich durch die

gleichzeitige Wasserbeule, die man also auch sehr einfach herleiten kann.

Wenn wir das Beispiel der communicirenden Röhren wiederaufnehmen wollen, so müssen wir nun eine Veränderung in diese Vorstellung einführen. Wir hatten ausgemacht, dass die Ausbreitung nicht intensif genug wäre, um bei einer grossen Menge Flüssigkeit eine Vertiefung zu bewirken. Da im Falle eines flüssigen Bodens man auf einer dünnen Oelschicht dennoch eine Vertiefung erzeugen kann, wenn auch eine schwache, so bedarf dies einer Erläuterung.

Wäre nämlich in den communicirenden Röhren unten Wasser und oben Oel, so würde die Kraft von vorhin, indem sie immer Oel von der einen freien Fläche auf die andere überführte, eine Niveaudifferenz veranlassen, die dem specifischen Gewichtsunterschied der beiden Flüssigkeiten ihren Ursprung verdankte. Deshalb muss man sich denken, die Röhren communicirten zweimal, einmal für das Oel, und einmal für das Wasser.

Wenn nun die Kraft ihre Thätigkeit beginnt, so wird sie zwischen gewissen Grenzen der Intensität keine Niveaudifferenz bewirken können, so lange die Communikation für das Oel nicht erschwert wird.

Fassen wir nun den Fall ins Auge, wo in Folge der Ausbreitung Vertiefung und Wasserbeule entstehen, d. h. nehmen wir an, die Oelschicht habe eine geringe Mächtigkeit, so bedeutet dies, wenn wir das Beispiel der communicirenden Röhren darauf anwenden, die Oelcommunication sei mangelhaft, so dass in dem empfangenden Schenkel ein höherer Druck wie im beraubten verlangt wird, um die Hindernisse der Oelcommunication zu überwinden. Man sieht auch ein, wie in Folge des höheren Oelniveaus in dem empfangenden Schenkel, das Wasserniveau im beraubten erhöht wird, was der Wasserbeule in unseren Versuchen entspricht.

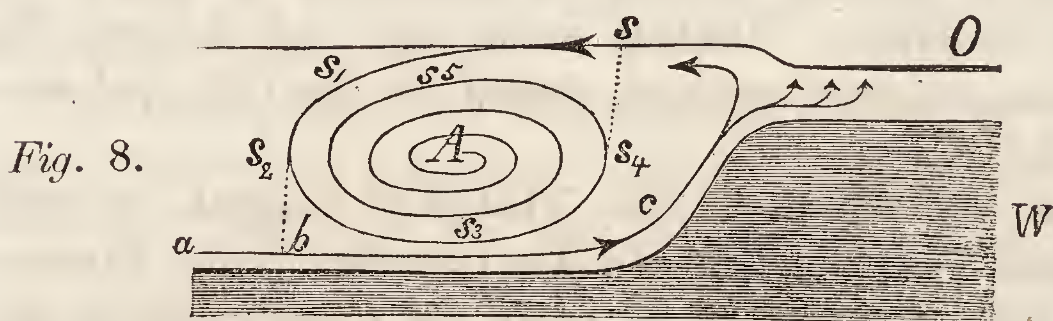
Es ist nicht weiter nöthig alle Nebenumstände der beschriebenen Experimente so wie deren unzählige Variationen zu erklären, denn sie verstehen sich im Grunde von selbst: so ist es z. B. klar, dass der Antheil des Wassers am Ersetzungsstrom zunimmt mit abnehmender Dicke der Schicht, etc.

Das Beispiel der communicirenden Röhren, in welchem man sich noch zum Ueberfluss in der Oelcommunication einen Hahn angebracht denken kann, (um die Ausgleichung zu erschweren, was der Verminderung der Dicke der Oelschicht entspricht) und über dem einen Schenkel — dem beraubten — einen Pumpenstiefel, mit einen Ausfluss nach dem anderen — dem empfangenden — hin, wird über keinen Punkt mehr Zweifel zurücklassen.

Nachdem dies alles festgestellt ist, wenden wir die Gesetze des ersten Theiles dieser Arbeit zur Untersuchung der gewundenen Linien an.

In Fig. 8 ist *W* das Wasser und darüber das Oel. *O* ist

Fig. 8.



der Punkt, wo der Alkohol aufgetragen wird Wir betrachten die Erscheinung im Durchschnitt, und zwar nur den einen der beiden symmetrischen Theile. Dann ist s der Anfang des Ausbreitungsstromes. Da er die Oberfläche selbst einnimmt, so ist nach oben hin kein Widerstand vorhanden, wohl aber nach dem Oele zu, wohin er sich daher, gemäss dem IIIten Gesetze, wendet. Er strebt immer mehr in das Innere des Oeles, bis seine Theilchen sich normal auf das Niveau bewegen. Der Ersetzungsstrom geht unten her; wiewohl er ausgebreiteter ist. mag ihn die Linie abc darstellen. Auf ihn muss der Ausbreitungsstrom treffen. Er sei bei s_2 angelangt. Es bilden $s_1 s$ und $s_1 s_2$ eine Winkelströmung über deren Verhalten unser VIItes Gesetz entscheidet; ebenso ist es mit $s_1 s_2$ und ab, während für $s_1 s_2 b$ und bc das VIte Gesetz gilt: diesen drei Beziehungen zufolge muss er s_2 sich nach s_3 wenden. Hier wendet sich der Strom von unten ab und nach oben zu, ganz so wie ich es beim Wasserstrudel durchgeführt habe; und es entsteht, da der Strom immer convexer

wird, die Schneckenlinie $ss_1s_2s_3 \ldots A$. Ist die Ausbreitung von Dauer, so wird aus ihr eine Art Drehling, indem Ausbreitungsstrom und Ersetzungsstrom in Eins verschmelzen. (Heisses Oel und Pipette.)

Ich mache übrigens darauf aufmerksam, dass mir noch unter keinen Verhältnissen eine Spiralströmuug vorgekommen ist, die ein so klares und ruhiges Bild gewährte, als diejenige, welche sich bei der Ausbreitung zeigt. Die Streifen sind im zähen Oel sehr lange in grosser Vollkommenheit sichtbar. Es ist hier nämlich die Spirale durch eine feine Linie gleichsam hingezeichnet; diese Linie kann aber nichts anderes sein, als die verschwindend dünne Alkoholschicht, welche den Ausbreitungsstrom bis in das Herz seiner schneckenartigen Windungen begleitet.

Einige Versuche habe ich nun noch mitzutheilen, die ich zur Erhärtung meiner Behauptungen in diesem mehr mechanischen Theile der vorliegenden Untersuchung anstellte.

Einmal wird durch die Versuche bewiesen, dass die Erscheinung der Ausbreitung ausbleibt, wenn ich die Bedingungen aufhebe, deren Vorhandensein sie, den obigen Raisonnements zufolge, ihre Entstehung verdankt. Dann aber rufe ich dieselben Erscheinungen hervor durch ganz gleiche Bedingungen, die ich jedoch in sehr verschiedener Weise auf den Schauplatz bringe.

Ich hemmte nämlich die Ausbreitung, indem ich die Stelle, wo ich auftropfen wollte, mit einem Glasring umgab, welcher die Oberfläche des Oels eben nur berührte: der nun aufgetragene Alkohol- oder Aethertropfen liess die Wasserfläche wie das Oelniveau vollkommen unbewegt. Wenn aber unter den Rand des Glases auch nur eine Spur Alkohol oder Aether hervor und in das Freie kroch, so waren plötzlich Wasserbeule, Oelvertiefung und Streifen vorhanden.

Dann liess ich eine Urfeder sich auf der Oeloberfläche aufrollen; sie trieb das Oel heftig nach allen Seiten, und in günstigen Fällen sprang das Wasser plötzlich in die Höhe.

Der letzte, und wie mir scheint, treffendste Versuch ist

folgender. Bläst man aus einer feinen Glasröhrenspitze einen Luftstrom auf den Spiegel des Oels, so erzeugt er hier eine Vertiefung, während die Luft nach allen Seiten ausweicht. Dabei reisst sie aber auch durch Reibung das Oel in centrifugaler Richtung fort. Es ist also von vorneherein wahrscheinlich, dass sich ein Wasserberg erheben werde, wie bei der Ausbreitung des Tropfens: und in der That steigt ein solcher auf, ja er kann, bei passenden, anhaltendem Blasen, ziemlich lange beobachtet werden.

Nachdem wir unter Zugrundelegung der einfachen Thatsache, dass die aufgetropfte Substanz sich ausbreitet, den mechanischen Zusammenhang der Vertiefung, der Wasserbeule und der Streifen ermittelt haben, gehen wir zur Besprechung der Ausbreitung selbst über, und es bleibt noch übrig deren Grund so weit als möglich zu erforschen.

Ohne irgend etwas über die Natur dieses Grundes auszusagen, kann man soviel behaupten, dass er entweder in einer immanenten Eigenschaft der aufgetropften Substanz, oder in einer Wechselwirkung derselben mit dem Oele zu suchen ist. Ein anderer Fall ist nicht denkbar: negiren wir also das eine, so behaupten wir das andere.

Die zweite Summe von Möglichkeiten betreffend, wissen wir, dass die Wechselwirkung von Oel und Substanz nur eine physikalische oder eine chemische sein kann. Diese letztere müssen wir jedoch sofort ausschliessen, denn Alkohol, Aether und Terpentinöl mischen sich zwar mit den Oelen die ich untersucht habe, die beiden letzteren sogar in jedem Verhältniss, aber lassen sie chemisch vollkommen ungeändert. Leinöl oder Rüböl, was Monate lang, mit Alkohol gesättigt, an einem dunkeln und kühlen Orte stand, zeigt, wenn man den Alkohol verjagt, keinen Unterschied in seinen physikalischen und chemischen Eigenschaften. Ich muss übrigens gestehen, dass ich keine eigentliche chemische Analyse angestellt habe, die freilich nöthig gewesen wäre, um zu absoluter Gewissheit zu gelangen. Aber ich meine, es sei für die Ueberzeugung genug geschehen. Nach Chevreul zerfallen sehr zusammengesetzte thierische Oele bisweilen in der

alkoholischen Lösung in mehrere, aber der Alkohol, als solcher, enthält sich jeder Einwirkung bei der er Gefahr liefe, seine Individualität einzubüssen, was doch für eine chemische Affektion charakteristisch ist. Es steht wenigstens fest, dass die aufgetropften Substanzen und die Oele, die ich angewandt, während der Dauer der Ausbreitung einander chemisch gleichgültig bleiben.

Nun wäre noch zu untersuchen, welche physikalischen Beziehungen zwischen ihnen herrschen.

Zwischen zwei flüssigen ziemlich vollkommenen Nichtleitern der Elektricität kennt aber die ganze Physik keinen andern Rapport, der fähig wäre, Bewegung zu erzeugen, als Diffusion und Capillarität.

Als immanente Eigenschaft des Tropfens, der zur Ausbreitung dient, weiss die Physik aber auch nichts weiter anzuführen, was in Beziehung zur Ausbreitung gesetzt werden könnte, als die Flüchtigkeit.

Dies sind die Möglichkeiten, welche den beiden obigen denkbaren Fällen ensprechen, wenn wir die bis jetzt bekannten physikalischen Thatsachen durchsuchen, um einen Grund für unsere Erscheinung zu finden. In jenen dreien: der Capillarität, der Diffusion, und der Flüchtigkeit, hat man also die Ursache der Ausbreitung zu suchen; und findet man sie darin nicht, so ist man genöthigt, auf eine neue Eigenschaft der Flüssigkeiten zu schliessen. Dann steht es bei uns, an den einen oder den andern der beiden denkbaren Fälle eine Hypothese zu knüpfen. Und das wird, wie ich zeigen werde, unsere letzte Zuflucht sein; denn die jenen drei Gebieten zugehörigen Erscheinungen lassen sich auch nicht zu dem Schein einer Aufklärung über den Grund der Ausbreitung herbei.

Was erstens die Capillarität, oder die Adhäsion beider Flüssigkeiten betrifft, so hat es gar keinen Sinn sich bei ihr aufzuhalten, denn sie zeigt wohl, wie die gleichzeitige centrifugale Ausbreitung des Oeles zu Stande kommt; die des Alkohols aber bleibt immerhin ein Räthsel.

Die hierher gehörige Grunderscheinung der Capillarität lehrt, dass eine Flüssigkeit, die einen andern Körper benetzt, bestrebt ist auf ihm Boden zu gewinnen, d. h. einen

grösseren und immer grösseren Fleck zu überziehen, und dies thut sie vom Rande aus. Hat ein Flüssigkeitstheilchen irgendwo den Boden erreicht, so haftet es daran, und die andern, die sich noch nach der Berührung mit dem fremden Körper sehnen, müssen sich darüber hinaus begeben. Aber wie sich die Unterlage, wenn sie flüssig ist, in Folge des Adhärirens irgend einer Substanz in der beschriebenen Weise bewegen sollte, das ist durchaus nicht abzusehen. Bei der Ausbreitung gewinnt der Alkohol nicht etwa Boden, indem sein Rand vorwärts kriecht: im Gegentheil, den Boden, den er einmal hat, hält er fest, und von innen heraus treibt eine Kraft den Alkohol auseinander, der vom eroberten Boden nicht lässt, und ihn überall mit sich hinzieht; so dass die Ausbreitung der diametrale Gegensatz der Capillarität zu sein scheint.

Auch spricht gegen die Thätigkeit der Capillarität bei der Ausbreitung die zweite der im Eingange erwähnten Grenzerscheinungen, die darin besteht, dass der Alkohol oder der Aether das Oel auf dem Boden vor sich hertreibt, wenn die Schicht dünn genug war, um durchbrochen werden zu können. Benetzt man den Grund des Tellers mit Oel und thut einen Tropfen Aether oder Alkohol daneben, so breitet sich dieser nicht wesentlich aus, und ist verflüchtigt ehe der Fleck, den er bedeckte, eine ansehnliche Grösse gewonnen. Bringt man ihn aber, bevor er verschwunden, durch einen Glasstab mit dem Oel in Berührung, so entsteht plötzlich lebhafte Bewegung. Der Tropfen breitet sich heftig aus, und zieht dabei über den spiegelnd reinen Boden her, während er das Oel vor sich herjagt, das keine Spur zurücklässt, wie Quecksilber auf Glas.

Es ist dies offenbar ein Phänomen der Ausbreitung und leicht zu erklären. In diesem Falle hat nämlich der Ersetzungsstrom sehr bald alles Oel zugeführt, was vorhanden war, und dann ist eben die Oelschicht durchbrochen. Nun wird jeder Punkt des Oelrandes ein Centrum der Ausbreitung. Dieser steht wiederum kein wesentliches Hinderniss entgegen, da die Substanz auf der leichtbeweglichen Oeloberfläche freien Spielraum hat. Der Ersetzungsstrom jedoch wird einmal vom Boden, dann aber von der sehr nahen Ausbrei-

tungsströmung aufgehalten; es wird demnach mehr Oel fortgerissen, als zugeführt, also muss der Oelrand vorwärts rücken.

Dieser Versuch ist geeignet den Unterschied der Ausbreitung und der Capillarität anschaulich zu machen, und zu zeigen, wie vollkommen heterogener Natur beide Erscheinungen sind. Das Phänomen der Vertreibung war übrigens Brücke bekannt, der es aus der grösseren Adhäsion des Alkohol oder Aethers zu dem Glase erklärte. Darauf basirte dieser Physiker seine Theorie der Hydrodiffusion durch poröse Scheidewände*). Wenn ich nun auch die Erklärung als falsch verwerfen muss, so will ich damit durchaus nicht behauptet haben, dass Brücke den Vorgang bei der Diffusion nicht dennoch richtig erschlossen habe. Es wäre wohl nicht möglich gewesen, auf die obige Erklärung ohne ausführliche Untersuchung der Erscheinungen der Ausbreitung zu verfallen.

Aber so scheint es mir, dass Niemand bezweifeln kann, meine Herleitung der Oelvertreibung sei die richtige. Ich erinnere an den Vergleich mit den communicirenden Röhren. Jetzt denke man sich den Hahn für die Communikation des Oeles so weit zugedreht, dass im empfangenden Schenkel der Druck der doppelten Oelsäule nothwendig ist, um die Reibung zu besiegen, dann wird die Pumpe die eine Röhre vollkommen von Oel entleeren, und die andere füllen: das wäre unser Fall.

Aber es giebt einen strengen experimentellen Beweis dafür, dass die Adhäsion mit dem Phänomen der Vertreibung nichts zu thun hat. Ich habe schon angedeutet, dass die Intensität der Ausbreitung sich nach der Flüchtigkeit richtet. Mit der Vertreibung verhält es sich nun gerade so, wie ich noch ausführlicher darthun werde. Und zwar ist das Auftreten dieses Phänomens nicht etwa an gewisse feste Unterlagen gebunden, sondern allgemein wird die weniger flüchtige von der flüchtigeren Substanz auf einer wie immer beschaffenen Unterlage vertrieben. So vertreibt Alkohol das Oel von der Butter, vom Wachs, vom Stearin,

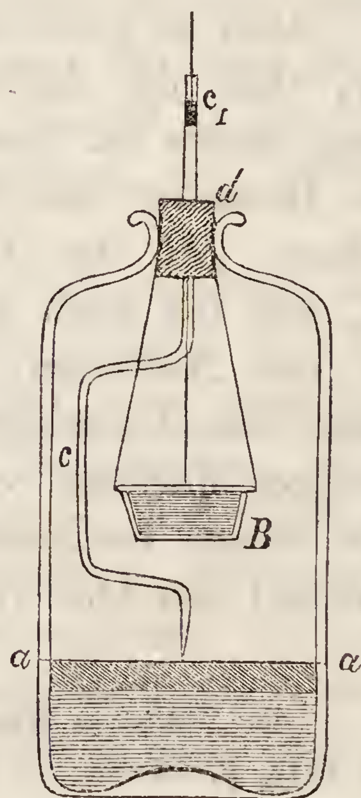
*) De Diffusione Humorum per septa mortua et viva, Diss. inaug. Berolini 1843, p. 24, 25; — Poggendorff's Ann. 1843, LVIII. S. 81.

Terpentin vertreibt das Wasser vom Steinsalz, von Salpeter; überhaupt vertreiben die erwähnten flüchtigen Substanzen die Grundschicht von Unterlagen, zu denen diese eine entschiedene Verwandtschaft besitzt, welche jene aber kaum netzen. Man kann also sagen: die Vertreibung findet statt trotz der Adhäsion.

Es bleibt noch Diffusion und Verdunstung übrig, um aus ihnen irgend einen Grund herzuleiten. Von vorne herein ist es unwahrscheinlich, dass die erstere bei der Erscheinung thätig sei, weil die Intensität des Phänomens keineswegs mit der leichteren Mischbarkeit, sondern mit der Flüchtigkeit wächst: denn Alkohol zeigt es auffallender wie Terpentinöl. Es spricht dies scheinbar dafür, dass die Verdunstung im Spiele ist. Aber einmal kann man sich gar nicht vorstellen wie, und dann habe ich, um jeder weiteren Diskussion ein Ende zu machen, den experimentellen Beweis geführt, dass weder Diffusion noch Verdunstung eine integrirende Rolle bei der Ausbreitung spielen. Dies geschah, indem ich sie ausschloss. Zuvörderst muss ich bemerken, dass ich zu Versuchen dieser Art immer Alkohol angewandt habe, weil er bei ziemlich intensiver Ausbreitung, nur bis zu einem gewissen Grade vom Oele aufgenommen wird. Man schliesst nun Verdunstung und Diffusion aus, indem man Oel mit dem Maximum von Alkoholgehalt anwendet, und dafür sorgt, dass bei dem Versuch die Luft über dem Oel mit Alkoholdämpfen vollständig gesättigt sei.

Zum Versuch diente eine viereckige Glasflasche (Fig. 9.) die bei *aa* durchgeschnitten war. Durch den Kork *d* ging eine Glasröhre cc_1, die, mehrfach gebogen, in eine Spitze dicht über *aa* auslief. Am Kork hing ferner, an Schnüren befestigt, das Gefäss *B*, bestimmt Alkohol aufzunehmen. Dieses Gefäss, ein niedriger, unten und oben offener Glascylinder wurde dazu geeignet gemacht, durch

Fig. 9.



eine über die untere offene Seite straff gespannte, dünne Membran. Nun füllte ich Alkohol hinein, und setzte den oberen Theil der Flasche auf eine luftdicht schliessende Glasplatte, wo ich sie so lange stehen liess, bis keine Verdunstung mehr statt fand. Da der Alkohol zwei Flächen, nämlich die freie und die Membran der Verdunstung bot, so bürgte mir für vollständige Sättigung der Luft die lange Zeit, während welcher ich dem Alkohol gestattete, sich zu verflüchtigen. Ist die Luft gesättigt, so muss eine kleine Temperaturerniedrigung einen Niederschlag des Alkohol bewirken; man kann daher zur Probe, bevor man den Versuch selbst anstellt, etwas Aether auf die Wandungen der Flasche träufeln, die dann beschlagen. Gleichzeitig muss man sich auch Oel verschafft haben, das vollständig mit Alkohol gesättigt ist. Dies ist keine leichte Aufgabe. Denn wenn man für eine gewisse Temperatur gesättigtes Oel erhalten hat, so bewirkt eine kleine Temperaturdifferenz, wie man sie in den Zimmern nicht vermeiden kann, entweder eine Trübung, oder aber es bürgt nichts dafür, wenn keine Trübung vorhanden, dass die Lösung für die gerade herrschende Temperatur saturirt sei, wenn man sich nicht unangenehmen Complicationen des Versuches mit dem Thermometer aussetzen will. Ich that aber ein Uebriges und wandte etwas getrübtes Oel an, so dass ich in diesem Falle sicher war, dass das Maximum von Alkoholgehalt erreicht war. Es wurde nun alkoholhaltiges Wasser in den unteren Theil der Glasflache gebracht, theils weil das Phänomen immer intensiver ausfällt, wenn die Bodenflüssigkeit und das Oel im specifischen Gewichte einander nahe stehen, theils weil dann das Wasser weniger Neigung hat dem Oel Alkohol zu entziehen. Auf dass Wasser wurde Oel genau bis *aa* gegossen, und dafür gesorgt, dass die Schicht etwa 6 Millimeter Mächtigkeit hatte, worauf ich den oberen Theil der Flasche vorsichtig auf den unteren schob. Als der Apparat nun so hergestellt war, und ich sicher sein konnte, dass durchweg in der Flasche Sättigung mit Alkohol herrschte, wurde zum Versuch geschritten. Ich liess die Röhre hinab einige Tropfen Alkohol gleiten, deren Ausfluss ich durch einen bei c_1 angebrachten Stempel leicht reguliren konnte.

Ich sah nun, sobald ein Tropfen herabfiel, dass das Phänomen zwar sehr deutlich statt fand; nur waren zwei Unterschiede vorhanden. Einmal dauerte es ungemein viel länger wie sonst; zweitens war der horizontale Durchmesser der Ausbreitung und der Wasserbeule wohl dreimal so gross, aber die Höhe der Beule war viel geringer. Diese Unterschiede rühren natürlich daher, dass nunmehr kein Alkohol durch Verdunstung und Diffusion sich vom Schauplatz entfernen konnte: daher musste die Erscheinung länger anhalten. Da ferner mehr Alkohol an der Ausbreitung theilnahm als vordem, musste diese grösser sein, und weil schliesslich der Ersetzungsstrom an Querschnitt gewann, musste er an Geschwindigkeit verlieren und daher die Wasserbeule weniger hoch sein. Der Versuch wurde sehr oft mit gleichem Resultate wiederholt, und auch wohl so angestellt, dass ich, statt aufzutropfen, Oel nahm, welches Alkoholblasen suspendirt hielt, weil ich es, nachdem es schon gesättigt war, noch mit einem Ueberschuss von Alkohol geschüttelt hatte. Diese Blasen stiegen auf, und so wie eine die Oberfläche erreichte, breitete sie sich aus; der Ausbreitung entsprach dann eine Wasserbeule: und so konnte man bald die ganze untere Fläche in wellenförmige, unruhige Bewegung gerathen sehen.

Dieser Versuch mit vollkommen gesättigtem Apparate, welcher der eingangs erwähnte Grundversuch der Erscheinungen der Ausbreitung ist, lehrt, dass wir gezwungen sind, diese Phänomene aus einer neuen Eigenschaft der Flüssigkeiten herzuleiten.

Bei der ferneren Diskussion der Erscheinung interessirt uns offenbar nichts, als die Ausbreitung selbst, da wir gesehen haben, dass die Vertiefung und die Beule nur eine accessorische Rolle spielen. Wir werden deshalb in Zukunft Vertiefung, Beule und Vertreibung nur zur Controlle des Vorhandenseins der Ausbreitung benutzen.

Es hätte gar keinen Sinn anzunehmen, dass das Oel bei der Bewegung des Alkohols sich anders als passiv verhielte. Da man es mit einer Wirkung in die Ferne zu thun hätte, so ist es sogar schlechterdings unmöglich aus irgend einer Beziehung beider Stoffe eine derartige Bewegung ab-

zuleiten; davon ganz abgesehen, dass erwiesenermaassen solche Wirkung in die Ferne nicht existirt.

Man ist unerbittlich genöthigt, die Ausbreitung einer Kraft zuzuschreiben, die im Tropfen selbst ihren Sitz hat; und dann bleibt auch nichts übrig, als anzunehmen, dass sie in einer Abstossung der kleinsten Theilchen bestehe. Stellt man sich vor, es schwimme auf Terpentin ein Haufen kleiner gutleitender Kügelchen, und sie seien plötzlich alle gleichnamig elektrisirt, so ist keine Frage, dass sie heftig auseinanderweichen, und so eine Ausbreitung bilden werden, die, wenn die Kügelchen nur gut am Terpentin haften, eine centrifugale Strömung bewirken muss, ganz so wie bei der Ausbreitung des Alkohols auf dem Oele.

Jedenfalls, so viel ist klar: denkt man sich Flüssigkeit auf eine bewegliche Unterlage gebracht, an der sie haftet, und stellt sich zugleich a priori vor, ihre Theilchen stiessen sich ab, sie dürfe aber nicht sofort gasförmig werden, und könne die Unterlage auch nicht verlassen; so ist die einzige Bewegung, welche ihr übrig bleibt, die Ausbreitung, bei der sie die Beweglichkeit der Unterlage benutzt. Wäre diese starr, so würde ein Kampf entstehen zwischen Adhäsion und Ausbreitung, und letztere in sehr verkleinerten Maasse auftreten, was man beobachten kann, wenn man einen Tropfen Flüssigkeit auf eine Glastafel bringt.

Ich habe viel darüber nachgedacht, ob nicht ein Gegenversuch zu ersinnen wäre, um direkt zu beweisen, dass die Theilchen der Flüssigkeiten einander abstossen. Aber immer kam ich darauf zurück, das Phänomen der Ausbreitung für den schlagendsten und direktesten Beweis zu halten, der dafür ersonnen werden kann, und auf den man auch sicher gekommen wäre, wenn man sich von vorneherein die Frage gestellt hätte, ob zwischen den Flüssigkeitstheilchen feindliche Kräfte wirken.

Kämpfen zwei Ausbreitungen miteinander, so trägt die flüchtigere Substanz den Sieg davon. Der zierlichste hierher gehörige Versuch ist folgender: Man trägt im Grunde eines dunkelen Tellers eine dünne Schicht Alkohol auf, und bringt darauf einen Tropfen Wasser. So heftig die Verwandtschaft beider ist, so vermischen sie sich nicht gleich,

sondern das Wasser schwimmt ziemlich lange in Form einer Beule im Alkohol, und liegt nur schwach auf dem Boden auf, während es einen viel breiteren Fleck bildet, wenn der trockene Boden ihm zur Unterlage dient. Hier findet also das entgegengesetzte, wie bei der Ausbreitung statt: Der Alkohol drückt von allen Seiten her gegen den Wassertropfen, der daher den hydrostatischen Gesetzen ungehorsam wird, indem er nicht ein gleiches oder ein tieferes, sondern ein höheres Niveau wie jener zeigt. Wird dagegen ein Tropfen Alkohol auf Wasser gebracht, so ererzeugt er sofort eine Vertiefung, stürmt nach allen Seiten hin und diffundirt. Ist die Wasserschicht dünn genug, so macht er ein Loch, durch welches es den Boden des Tellers erreicht, und jagt nunmehr das Wasser vor sich hin, indem er den Boden vollkommen reinigt.

Man kann überhaupt, mit diesen Vorstellungen ausgerüstet, zahllose solcher kleinen Versuche anstellen, die alle Belege für die Theorie der Ausbreitung liefern, und auch zeigen, wie gewöhnlich und alltäglich diese Erscheinungen sind; weshalb es zu verwundern ist, dass sie noch Niemandem aufgefallen sind *).

Wir sehen uns also durch den Faden unserer Untersuchung mit Nothwendigkeit zu der Thatsache geführt, dass

---

*) Es ist möglich, dass die Erscheinungen, welche neuerdings Sire beschrieben, etwas mit der Ausbreitung der Flüssigkeiten gemein haben. Da sie jedoch bis jetzt ganz vereinzelt dastehn und an ein paar Stoffe gebunden sind, so tragen sie mehr ein chemisches Gepräge an sich.

Denkbar wäre es, dass bei Sire's Versuch Aether in Form von Dämpfen an den Säuretropfen geht, sich auf ihm ausbreitet, und ihn dadurch in Rotation versetzt, was wiederum im Stande ist, ihn am Sinken zu hindern; ähnlich, wie die Scheiben an den bekannten Rotationsapparaten, durch ihre schnelle Drehung festgebannt, der Schwere nicht mehr folgen. Wenn man Dämpfe aus einer Aetherflasche (man muss sie gegen das Licht halten, um die Dämpfe fliessen zu sehen) auf eine dünne Oelschicht giesst, so findet noch Vertiefung und Vertreibung statt, wobei wahrscheinlich die Dämpfe verdichtet werden: und dasselbe kann ja auch bei Sire's Experiment der Fall sein. Jedenfalls aber müsste die Erfahrung noch ganz anders die eben vorgeschlagene Erklärung bestätigen, ehe ich sie als maassgebend hinstellen möchte.

Abstossung stattfindet zwischen den Theilchen der Substanzen, die ich zum Auftropfen anwandte.

Es entsteht nun die Frage, ob der Schluss nur für diese und die Klasse von Flüssigkeiten, zu der sie gehören, gültig ist, oder allgemeiner auf alle Flüssigkeiten erstreckt werden muss. Und ich meine, man müsse es. Denn es ist zu bedenken, dass die Bedingungen aus deren Zusammentreffen das Phänomen der Ausbreitung entspringt, sehr heterogen sind. Man muss zwei flüssige Substanzen haben, von denen die eine beträchtlich flüchtiger und specifisch leichter ist, als die andere, und die sich chemisch nicht afficiren, aber gut aneinander haften. Wenn man sich nun eine Liste aller diesen Bedingungen entsprechenden Zusammenstellungen von Flüssigkeiten macht*), so fällt sie begreiflich ziemlich arm aus. Doch man ersieht immerhin aus ihr, dass die Ausbreitung nur jene Bedingungen verlangt, um auftreten zu können, sonst ist sie von der Natur und der Zusammensetzung der Flüssigkeiten ganz unabhängig.

Ich habe nun in der That mit allen flüssigen Stoffen deren ich habhaft werden konnte, die Versuche wiederholt, und kann obige Eigenschaft in Anspruch nehmen für die die Gattungen der Alkohole, der Aether und für sämmtliche flüchtigen Oele; ferner für Chloroform (also wahrscheinlich auch für Bromoform, u. s. w.) und endlich für Essigsäure. Das Chloroform habe ich auf das viel schwerere erste Schwefelsäurehydrat getropft, weil es selbst schon ein specifisches Gewicht von 1,5 besitzt; und chemische Einwirkung findet nicht statt, wenigstens nicht für die Dauer des Versuchs. Ebenso ist es mit der Essigsäure, für die ich auch als Grundschicht Schwefelsäure anwandte. Chloroform sowohl wie Essigsäurehydrat zeigen Vertiefung und Vertreibung durchaus eben so deutlich, wie irgend eine andere Substanz.

---

*) Quecksilber, sollte man denken, könne als Grundschicht für alle Flüssigkeiten gebraucht werden. Man sieht jedoch leicht ein, warum dies nicht geht. Erstens haften die meisten Flüssigkeiten schlecht daran, zweitens aber ist es zu schwer, als dass so geringe Kräfte, wie sie die Ausbreitung in Wirksamkeit setzt, es zu lebhafter Bewegung vermögen könnten: so dass es eigentlich für diese Versuche der Rang eines festen Körpers bekleidet.

Alle diese Stoffe haben nichts gemein, als die Flüchtigkeit, die vom einen zum andern variirt. Nach ihr richtet sich aber die Intensität der Ausbreitung so genau, dass man mit grosser Sicherheit von der Flüchtigkeit auf die Intensität und zurück schliessen kann. Hier ist zu bemerken, dass die angeführten Substanzen, untereinander zu Paaren geordnet, auch Ausbreitung und Vertreibung zeigen. Aether auf Alkohol, Alkohol auf Terpentin lassen ganz deutlich die Vertiefung sehen, und verjagen sich auch in dieser Ordnung auf dem festen Boden. Ich habe schon weiter oben ausgeführt, dass bei der Vertreibung der weniger flüchtigen Substanz die Adhäsion eine sehr untergeordnete, oder gar keine Rolle spielt: daher bietet gerade jene Erscheinung ein Mittel dar, sich sofort zu überzeugen, ob eine Substanz flüchtiger ist, als eine andere, wozu man sonst erst langwieriger Versuche bedarf.

Der Kraft, welche die Ausbreitung erzeugt, stehen drei Hindernisse im Wege: einmal der hydrostatische Druck, dann die Reibung des Oeles bei der Strömung, und schliesslich, wie wir sehen werden, die Cohäsion der aufgetropften Substanz selbst. Dass Maas für die Intensität jener Kraft ist die Grösse des sichtbar hervorgebrachten Effekts, vermehrt durch die Grösse der überwundenen Hindernisse.

Die Cohäsion ist eine geradezu entgegenwirkende Kraft. Man beweist dies unschwer. Es ist einmal jedenfalls auf den ersten Blick eine paradoxe Erscheinung, dass ein Alkoholtropfen, wenn er aufgehängt ist, seine Theilchen um einen Mittelpunkt schaart, während diese, wenn er von einer beweglichen, also gleichgültigen Unterlage gestützt ist, eilig das Weite suchen. Man bedenke aber ferner, dass vermöge der Cohäsion der unterstützte Tropfen eine Gestalt annehmen müsste, die der Kugelform mehr oder weniger nahe käme, und von ihr nur wegen der Schwere abwiche. Diese Gestalt hat E. J. Scholtz*) ermittelt in seiner Dissertation über die Form, welche ein Tropfen annimmt, der in einem widerstehenden Medium fällt, und hat sie mit dieser identificirt. Sie weicht von der Kugelgestalt an der untern Fläche etwas ab, wie man es beim Quecksilber vollkommen schön

*) De figura guttae cadentis in aëre resistente, Breslau 1826.

beobachten kann, oder wie man es auch bei dem Leidenfrost'schen Phänomen auf festen Körpern und Flüssigkeiten sehen kann. Wenn Schwere, Adhäsion und Cohäsion zugleich in Wirksamkeit treten, so resultirt daraus für den Tropfen eine linsenförmige Gestalt. Dann sieht man aber schon, wie Adhäsion und Schwere der Cohäsion entgegenwirken, die eben stets die Kugelgestalt erstrebt; und alles was diese Gestalt verändert, tritt mit der tropfenbildenden Kraft im Krieg. Wenn aber vollends irgend ein Einfluss zur Geltung kommt, der im Tropfen selbst seinen Sitz hat und aus der Kugel eine Ebene zu machen sucht, so muss hier eine geradezu entgegengesetzte Kraft im Spiele sein. Denn stellen wir uns vor, die Cohäsion finge von neuen zu wirken an, um die Kugelgestalt wieder herzustellen, und jener Einfluss hörte auf, so müssten die Theilchen in Folge dessen offenbar denselben Weg auf der Ebene, die sie überziehen, aber in entgegengesetzter Richtung durchlaufen; so dass man sieht, wie Kugelgestalt und Ausbreitung auf einer Ebene nur Wirkungen von entgegengesetzten Kräften sein können, was übrigens von vorneherein sehr einleuchtend ist.

Bei der Ausbreitung sind verschiedene andere Widerstände thätig, und man kann sofort leicht begreifen, dass wenn sie nicht stattfindet, dies kein Grund ist, anzunehmen, die Neigung dazu fiele hinweg. Nehmen wir nun wieder die Kräftegleichung zu Hülfe, um über diese Verhältnisse Licht zu verbreiten, so muss dies folgendermaassen geschehen.

Es sei m ein Randtheilchen des Alkoholtropfens, welches am Oele haftet, R die darauf wirkende Ausbreitungskraft, K die in m angebrachte Cohäsionskraft, W der Widerstand des Oeles, wenn m sich bewegen will, so ist: $mvdv = Rdr - Kdk - Wdw - pdh$, wo dr, dk, dw die virtuellen Wege bedeuten, und dh das Stück ist, um welches die Last p, welche zur Masse m hat, gehoben werden muss, um den Weg vdt zu durchlaufen.

Was zur Erscheinung kommt, ist $\frac{1}{2}mv^2$ und ph (Streifen und Niveaudifferenz) und diese beiden sind auch der Nutzeffekt. Die Frage ist aber, ob die Kraft R nur in den Flüs-

sigkeiten vorhanden, wo $\frac{1}{2}mv^2$ und ph zur Erscheinung gelangen, oder ob sie überhaupt allen Flüssigkeiten angehört, selbst wenn die Bewegung Null ist. Man fragt also allgemein: Ist, wenn $mvdv$ verschwindet, $Rdr - Kdk - Wdw - pdh = 0$, weil $R = 0$, $Kdk + Wdw + phd = 0$, oder weil $Rdr = Kdk + Wdw + pdh$. Es ist klar, dass dies letzte der Grund ist, denn die Kraft K wird bei allen Flüssigkeiten angenommen, und ist stets bei Formveränderungen derselben thätig; ausserdem sind aber alle Glieder rechter Hand der letzten Gleichung positiv. Nun sieht man ein, dass diese ganze Betrachtung gestützt ist auf die Vorstellung, die Kraft K sei eine Antagonistin der Kraft R. Und es könnte scheinen, als hätte ich mich im Kreise bewegt, indem ich eine Vorstellung zu Grunde legte, die erst nachgewiesen werden soll. Das ist aber nicht der Fall. Denn wenn es mir gelungen ist zu beweisen, dass die Ausbreitung dem Tropfen eine Gestalt zu ertheilen bestrebt ist, die als Gegensatz derjenigen angesehen werden kann, welche die Cohäsion ihm verleihen würde, so ist obige Kräftegleichung für Flüssigkeiten, die Ausbreitung zeigen, gerechtfertigt. Wird aber als Grund der Cohäsion eine Anziehung zwischen den Theilchen geltend gemacht, dann ist dabei stillschweigend zugegeben, dass diese Anziehung auf Hindernisse stossen muss bei ihrer Tendenz die Entfernung der Theilchen zu verringern; und diese Hindernisse bestehen offenbar in einer Abstossung. Bei der Ausbreitung zeigt sich eine solche Abstossung. Die Frage ist nun, ob dieses zwei verschiedene Abstossungen seien, oder ein und dieselbe. In der ersteren Annahme müsste die Kräftegleichung lauten: $mvdv = Rdr + R_1dr_1 -$ etc., wo R und R_1 die beiden Abstossungen bedeuteten. Dann könnte, hätte man $mvdv = 0$, $Rdr = 0$ sein, und daher zugleich $0 = R_1dr$ — etc. Aber in physikalischen Betrachtungen muss man die einfachsten Annahmen vorziehen, und in diesem Falle, ist durchaus kein Grund vorhanden die Ausbreitung einer anderen, neuen Kraft zuzuschreiben; im Gegentheil, verschmilzt man die beiden R in eines, so ist man aller gezwungenen Annahmen überhoben, und hat eine einfache Erklärung gewonnen.

Wenn der Tropfen sich also nicht ausbreitet, so hat man

darauf zu schliessen, dass *Rdr* nicht Null sondern = *Kdk* + etc. sei. Es leuchtet auch ein, dass wenn ein Alkoholtropfen sich auf einer festen Unterlage nicht ausbreitet, das Glied *mvdv* deshalb Null oder sehr klein ist, weil *Wdw* einen ansehnlichen Werth erhält.

Auffallend mag es aber immerhin sein, dass ganze Klassen von Flüssigkeiten das Phänomen der Ausbreitung mit der grössten Intensität zeigen, während man bei andern keine Spur davon wahrnimmt. Das beeinträchtigt die Richtigkeit unserer Schlüsse aber auch nicht im mindesten. Es ist nun einmal meines Wissens so mit den Flüssigkeiten beschaffen, dass auch in der Flüchtigkeit ein Sprung bemerkt wird. Ein Aethertropfen auf einer Glasplatte verdunstet in ein paar Sekunden, ein Alkoholtropfen in einigen Minuten, ebenso Terpentin: ein Wassertropfen hingegen braucht eine volle Stunde. Wenn man alle bekannten Flüssigkeiten auf ihre Flüchtigkeit untersuchte, so würde man vielleicht angeben können, bei welchem Grade derselben die Ausbreitung zu erscheinen aufhört. Aber alle Flüssigkeiten, die ich bis jetzt kennen gelernt, waren entweder sehr flüchtig, wie die Aether, die Alkohole, u. s. w. oder sehr wenig wie Oel, Wasser, u. s. w.

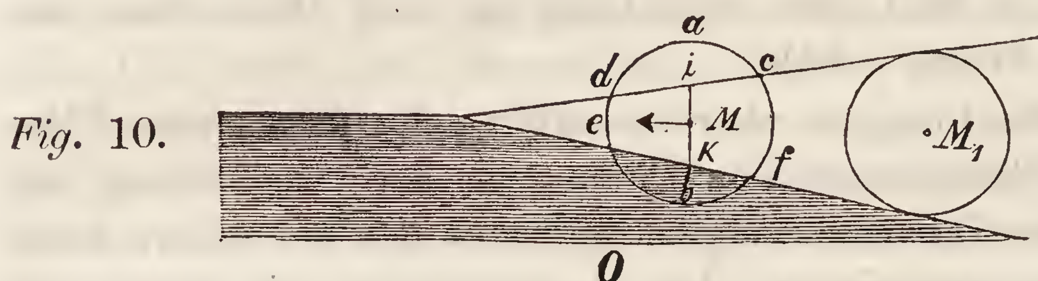
Es scheint mir daher nicht zu kühn, wenn ich die Vermuthung als an Sicherheit grenzend hinstelle, dass die Abstossung *R* gleichen Schritt hält mit der Flüchtigkeit; und ich glaube mit vollem Rechte behaupten zu können, dass man von ihrer experimentell nachgewiesenen Existenz bei sehr flüchtigen Flüssigkeiten schliessen muss auf ihr Vorhandensein bei allen.

Der scheinbare Widerspruch, dass ein Alkoholtropfen in zwei Lagen die beide frei genannt werden können, Formen annimmt, die den Sieg bald der einen, bald der anderen Molekularkraft anzeigen, löst sich nach der gebräuchlichen Molekulartheorie, welche man Ettingshausen's Lehrbuch der Physik sehr gut auseinandergesetzt finden kann, zwar nicht ganz befriedigend, aber doch vorläufig hinreichend.

Man stellt sich vor, bis zu einer gewissen Entfernung stiessen sich die Flüssigkeitstheilchen ab, darüber hinaus

aber herrschte Anziehung zwischen ihnen. Nun möge Fig. 10. das Ende des Durchschnitts des Tropfens auf dem Oele *O* versinnlichen, und *M* sei ein Molekel; die Sphäre seiner Abstossung (innerhalb deren nur Molekel liegen, von denen es Abstossung erfährt) rage bei *a* und *b* über die verschwindend dünn gewordene Alkoholschicht hinaus. Nimmt man nun an, die Abstossung der Molekel innerhalb der Sphäre *abcdef* sei grösser als die Anziehung derer, die ausserhalb befindlich sind: so wird, weil der Theil der Sphäre *ikcf* grösser ist als *ikde* das Molekel *M* im Sinne des Pfeiles fortgetrieben. Fällt aber die Abstossungsphäre ganz in das Innere der Flüssigkeit, wie z. B. die des Molekels M_1, so heben sich die Abstossungen auf, und es beginnt die Herrschaft der Cohäsion.

Fig. 10.



Durch andere sehr gewichtige Gründe wird mir aber diese Theorie bedeutend verdächtigt; und ich bin bemüht eine neue Molekulartheorie aufzustellen, welche die Mängel derselben nicht bietet. In meiner neuen Theorie herrschen andere und genauere Vorstellungen in Betreff der Kräfte, welche die Theilchen im Gleichgewicht halten, und nach ihr ist die obige Erklärung nicht mehr zulässig. Die Erscheinungen der Ausbreitung lassen sich aber auch nach meiner Vorstellungsweise ohne Zwang herleiten; denn auch ich nehme solche Zusammensetzung der Molekel aus Atomen an, dass Abstossungs- und Anziehungskräfte entstehen, wovon jene sich bis zu einer gewissen Entfernung vom Molekel erstrecken, und darüber hinaus diesen das Feld überlassen. Worin aber der Unterschied besteht, und weshalb die obige Erklärung der Ausbreitung falsch ist, kann ich hier nicht untersuchen; denn meine Theorie ist fürerst noch nicht so weit gediehen, dass ich sie der Oeffentlichkeit übergeben könnte.

Nachdem ich nun die Erscheinungen der Ausbreitung, so weit als möglich, erklärt und gezeigt, wie häufig sie auftreten, aber auch in wie mannigfachen Gestalten sie beobachtet werden können, ist es in der Ordnung zu zeigen, was damit für unsere Kenntnisse gewonnen, und in welcher Rubrik der physikalischen Thatsachen sie unterzubringen seien.

Ich glaube nämlich, dass sie einen Beitrag liefern sowohl zur Lehre der Aggregatzustände, als auch zu einer wie immer ausgesonnenen Molekulartheorie, ohne mich vorläufig auf specielle Erörterungen, was die letztere betrifft, einlassen zu wollen.

Die Lehre der Aggregatzustände anlangend, wird es aber nöthig sein, einige Bemerkungen voranzuschicken.

Man unterscheidet den festen, flüssigen und gasförmigen Zustand. Nun giebt es eine ganze Reihe Körper, welche welche vom festen zum flüssigen Zustand durch alle Mittelstufen der Weichheit übergehen. Einmal berechtigt uns das zu der höchst wahrscheinlichen Vermuthung, dass alle Körper diese Stufenleiter passiren, um flüssig zu werden; wenn sie auch dadurch, dass wir noch nicht im Stande waren einen Uebergangszustand dauernd herzustellen, den Anschein gewinnen, als zerflössen sie plötzlich. Dann aber wird eben durch diesen Zustand der Weichheit, den einige Körper vor dem Zerfliessen zeigen, so wie durch die eigenthümliche Laxheit mancher, selbst nicht mit Wasser durchtränkter organischer Stoffe, eine Unterscheidung des festen vom flüssigen Zustande unmöglich gemacht. Es ist daher wünschenswerth ein Kriterium zur Sonderung der beiden Aggregatzustände zu haben. Härte ist kein Kriterium, denn sie bildet Uebergänge, und es ist schwer die organischen Körper bei einem so wagen Unterscheidungsmerkmal zu berücksichtigen. Es muss ein solches existiren, was durch seinen Begriff schon alle Uebergänge als absurd ausschliesst. Dabei ist es gleichgültig, ob man jetzt bei jedem Körper sofort sagen kann, er gehöre dem einen oder dem andern Zustande an: es ist im Gegentheil nur wünschenswerth, dass eine Unterscheidung existire, die in den theoretischen Betrachtungen einen scharfen Anhaltspunkt liefere.

Frankenheim *) hat darzuthun gesucht, dass alle festen Körper, selbst die scheinbar amorphsten, wie Glas, Blei u. s. w. eine nachweisbare Struktur besitzen. So verdienstvoll eine solche Untersuchung an sich ist, scheint es mir doch, eine einfache Betrachtung reiche für uns hin, um es unzweifelhaft zu machen, dass dem festen Zustand Geformtheit, dem flüssigen Zustande Formlosigkeit als Hauptunterscheidungsmerkmal zukomme. Dies geht daraus hervor, dass alle festen Körper brechen, und Bruchflächen zeigen, denen ein bestimmter Charakter zukommt. Wären sie vollkommen formlos, so würden sie weder einen körnigen, noch einen muscheligen, noch überhaupt einen Bruch zeigen, sondern sie würden sich in Folge eines Zuges nur ansdehnen. Weil aber in gewissen (noch so unregelmässigen) Richtungen einem starken Zuge immer der Riss des Körpers folgt, und zwar bei einem beliebig kleinen Stück, so ist offenbar die Bruchfläche immer diejenige Fläche gewesen, wo die Theilchen sich am leichtesten trennen lassen, und es hat ein verschiedener Zusammenhang geherrscht, zwischen den zusammengehörigen Theilchen der beiden Bruchflächen und denen, von irgend zwei andern Flächen, die um den Molekularabstand von einander entfernt sind.

Eine Flüssigkeit reisst auch, könnte man mir erwidern. Doch das wäre eine schlechte Entgegnung. Es käme darauf an, ob eine Flüssigkeit, welche allerseits fest und luftdicht eingeschlossen wäre, in Folge eines Zuges sich nur ausdehnen, oder an einer bestimmten Stelle reissen würde **).

Nach diesen Betrachtungen wird man es mit mir für das richtigste Merkmal des festen Aggregatzustandes halten, dass wir ihm die Formlosigkeit absprechen, und in diesem Sinne wollen wir ihn den polarisirten Zustand nennen.

Diesem steht also der formlose gegenüber, welcher die flüssigen und gasförmigen Körper umfasst. Im Gegensatz

---

*) Kristallisation und Amorphie.

**) Es sind bereits hierhin einschlägige Versuche angestellt, die aber kein Vertrauen erwecken, weil die wichtigsten Vorsichtsmaassregeln unterlassen zu sein scheinen, z. B. das Auskochen des Wassers.

zum gasförmigen Zustand, besitzen aber wieder der flüssige und der feste Zustand ein sehr charakteristisches Kriterium, nämlich, dass ihre Theilchen selbstständige Gleichgewichtsstellungen inne haben. Ein Quantum Gas würde, im leeren Raum sich selbst überlassen, in alle Fernen zerstieben; eine Flüssigkeit oder ein fester Körper würden, so lange sie nicht verdunstet wären, (ein Vorgang, der aber nur der Oberfläche angehört) in einer ihnen zukommenden Gestalt verbleiben, die nur Wirkungen von aussen her zu verändern vermöchten.

Wir haben nun ganz entschiedene Merkmale für die Zustände der Körper: Ist die Lage der Theilchen zu einander etwas wesentliches oder nicht: feste, oder flüssige und gasförmige Körper. Haben die Theilchen, wenn der Körper sich selbst überlassen ist, Gleichgewichtslagen inne oder nicht: gasförmige oder feste und flüssige Körper. D. h. allgemein: Die Resultante der Kräfte, welche von einem freien Körper auf ein beliebiges seiner Theilchen ausgeübt werden, kann entweder Null sein, oder nicht Null. Im letzteren Falle ist der Körper gasförmig. Ist sie Null, so muss man unterscheiden, ob sie diesen Werth hat für jede Lage (bei constanter Entfernung) der Theilchen zu einander, oder nicht. Im letzteren Falle ist der Körper fest oder vielmehr polarisirt. Mit anderen Worten heisst dies, dass der Körper fest ist, wenn die Theilchen sich nicht frei um einander bewegen können, was ja in der Regel angenommen wird.

Man weiss nun, dass die Körper bei immer abnehmender Dichte vom polarisirten Zustand zum gasförmigen hinaufsteigen, mit Ausnahme freilich des trostlos gelegenen Dichtigkeitsmaximums des Wassers. Jedenfalls aber findet bis zur Gaswerdung eines Körpers nie eine discontinuirliche Veränderung seiner Dichtigkeit statt. Beim Uebergang vom flüssigen zum gasförmigen Zustand aber ist Discontinuität vorhanden. Die Dämpfe im Maximum der Spannung besitzen eine geringere Dichtigkeit, als die Flüssigkeit, aus der sie entstanden, für die Temperatur nämlich, bei welcher sie gebildet wurden.

Es ist nun die Frage von Interesse, ob alle Körper oder wenigstens einige fähig sind, die Mittelstufen der Dichtigkeit

zu durchlaufen, wenn man sie in geeignete Bedingungen dazu bringt.

Meine Ansicht ist, dass durch die Ausbreitung die Mittelstufen der Dichtigkeit zwischen dem gasförmigen und dem flüssigen Zustand hergestellt sind. Sie ist ja nichts anderes als eine Aeusserung der verborgenen Abstossung, welche zwischen den Molekeln ihr Wesen treibt. Nun ist klar, dass eine solche Abstossung der Theilchen unter einander sie zunächst grössere Entfernungen annehmen lässt: und das heisst ja gerade die Dichtigkeit vermindern. Uebrigens wird der Alkohol so dünn ausgezogen, dass ein kleiner Tropfen die ganze Fläche bedeckt, deren Durchschnitt in der Fig. 6. gegeben wurde, und die ich mit einer kreisförmig gebogenen Papierrolle verglichen hatte.

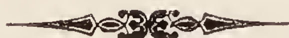
Man kann es als wahrscheinlich betrachten, dass an der Oberfläche der verdunstenden Körper sich alle Uebergänge der Dichtigkeit, jedoch in so enger Reihenfolge vorfinden, dass sie unsern Beobachtungsmitteln entschlüpfen. Denkt man sich durch die Oberfläche einer solchen Flüssigkeit eine Ebene gelegt, die das Niveau in einem verschwindend kleinen Winkel schnitte, so müsste diese in endlicher Ausdehnung alle Uebergangsstufen der Dichtigkeit enthalten, und ich meine eben, die dünne Schicht bei der Ausbreitung sei mit dem Stück der Ebene vergleichbar, welches in der beschriebenen Weise die Mittelstufen enthält, und die Oberfläche der Flüssigkeit trifft.

Für die Molekulartheorie erfahren wir durch die Erscheinungen der Ausbreitung, dass die flüssigen Körper nicht in allen Lagen der Cohäsion Folge leisten, d. h., dass sie nicht unter allen Bedingungen diejenigen Formen annehmen, welche ihnen nach den Gesetzen der Capillarität sonst zukommen würden. Die Kraft, welche bei den Erscheinungen der Capillarität den Vorsitz führt, ertheilt dem freien Tropfen seine Kugelgestalt; und unter veränderten Bedingungen verleiht sie ihm andere Formen, deren Ermittelung bekanntlich Laplace auf analytischem Wege gelungen ist; es ist nunmehr nöthig hinzuzufügen, dass eine grosse Anzahl

von Flüssigkeiten, wenn sie von einer beweglichen Unterlage getragen werden, in einer Ebene auseinander zu weichen streben: wodurch die Lehre der Capillarphänomene eine nothwendige Ergänzung empfängt.

Ferner ist die Existenz abstossender Kräfte zwischen den Theilchen der flüssigen Körper, die bisher als freilich durch alle erdenklichen Umstände aufgedrungene Hypothese galt, experimentell so gut wie nachgewiesen, für bestimmte Gruppen von Flüssigkeiten nämlich nur; aber ich denke, das obige Raisonnement ist hinlänglich bindend, um es höchst wahrscheinlich, wenn nicht sicher zu machen, dass sie allen flüssigen Körpern zukomme, von denen man auch weiter auf die festen schliessen kann, wie es sonst ja stets geschieht.

Man erkennt also, dass die Erscheinungen der Ausbreitung ein bequemes Mittel darbieten, um das Vorhandensein von abstossenden, neben anziehenden Kräften in den Flüssigkeiten nachzuweisen, da wenig veränderte Bedingungen hinreichen, um die freie Aeusserung bald der einen, bald der andern hervorzurufen.



Druck von Trowitzsch u. Sohn in Berlin.

Druck von Trowitzsch und Sohn in Berlin.